UNIVEZA V LJUBLJANI
FAKULTETA ZA ELEKTROTEHNIKO

Andrej Levstek
Matija Pirc

Zbirka rešenih nalog iz elektronskih komponent

Ljubljana, 2006

Predgovor

Zbirka rešenih nalog je v prvi vrsti namenjena študentom elektrotehnike smeri Elektronika na univerzitetnem in visokošolskem strokovnem študiju. Naloge v zbirki ilustrirajo snov, ki jih pokrivata predmeta *Elektronske komponente* ter *Komponente in sestavi*. Rešitve so opremljene z razlago, ki omogoča enostavno razumevanje poteka reševanja. Naloge obravnavajo lastnosti električnih komponent in njihovo uporabo v različnih vezjih. Zbirka nalog je poleg slušateljev omenjenih predmetov namenjena tudi drugim, ki jih zanimajo lastnosti elektronskih vezij in njihovih gradnikov.

Pri reševanju so velikokrat uporabljene določene poenostavitve, ki so zelo pomembne pri inženirskem načrtovanju električnih in elektronskih vezij. Potek reševanja in obseg razlage je lahko precej različen. Pri nekaterih nalogah je podana tudi izpeljava določenih končnih rezultatov, ki sicer ni potrebna za samo rešitev naloge. Te izpeljave so podane z namenom, da se študenti seznanijo s pristopi in postopki, ki pripeljejo do končnih rezultatov, ki se v praksi uporabljajo.

Zbirka je razdeljena na sedem poglavij s tematsko zaokroženimi nalogami in dodatek. V prvem poglavju je nekaj preprostih nalog s področja zanesljivosti. Sledijo poglavja z nalogami, v katerih so obravnavane posamezne skupine elektronskih komponent. V dodatku je podano nekaj grafov in tabel za ilustracijo temperaturne odvisnosti upornosti, osnovne lastnosti različnih dielektrikov in standardizirane dimenzije lakiranih žic.

Elektronske komponente so področje, ki se naglo razvija, zato so nalogah zajete predvsem najpomembnejše zvrsti, ki so nepogrešljive v elektronskih napravah. Svetovni splet je izvrsten vir podatkov o novih materialih in elementih, ki jih številni proizvajalci nudijo v svojih tehničnih katalogih.

Kljub vsej pazljivosti pri pisanju in računanju se zbirki zagotovo nahajajo neodkrite napake, za katere se že vnaprej opravičujeva, hkrati pa bova vesela vsake povratne informacije za izboljšanje prihodnjih izdaj.

avtorja

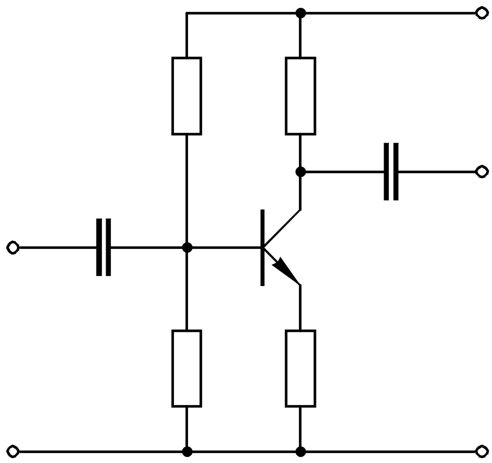
KAZALO

1. POGLAVJE

ZANESLJIVOST

Naloga 1

Izračunajte pogostost odpovedi za podano vezje, če so pogostosti odpovedi elementov $FR_R = 20$ FIT, $FR_C = 2$ FIT in $FR_T = 100$ FIT. Izračunajte še povprečen čas do odpovedi za eno tako vezje in za sistem s 100 takimi vezji, kjer odpoved enega vezja, povzroči odpoved celotnega sistema.



Slika 1.1 – Ojačevalnik v orientaciji skupni emitor

Rešitev:

Pogostost odpovedi celotnega sistema je enaka vsoti pogostosti odpovedi vseh elementov sistema, če odpoved kateregakoli elementa povzroči odpoved celotnega sistema:

$$FR_{CEL} = N_R \cdot FR_R + N_C \cdot FR_C + N_T \cdot FR_T \tag{1.1}$$

$$FR_{CEL} = 4 \cdot 20\ \text{FIT} + 2 \cdot 2\ \text{FIT} + 1 \cdot 100\ \text{FIT} = 184\ \text{FIT} \tag{1.2}$$

Povprečni čas do odpovedi sistema je inverzen pogostosti odpovedi sistema, če je pogostost časovno neodvisna:

$$MTTF = \frac{1}{FR_{CEL}} \tag{1.3}$$

$$MTTF_1 = \frac{1}{184 \cdot 10^{-9}\ \dfrac{\text{odpovedi}}{\text{sistem} \cdot \text{h}}} = 5434782{,}6\ \text{h}\,\frac{\text{sistem}}{\text{odpoved}} \tag{1.4}$$

$$MTTF_1 \cong 620\ \text{let} \tag{1.5}$$

Za sistem s 100 takimi vezji je pogostost odpovedi ustrezno večja, in povprečni čas med odpovedmi ustrezno krajši:

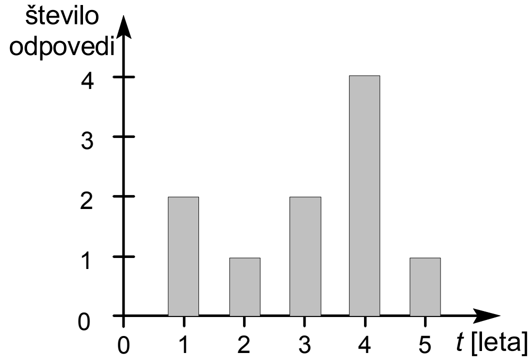
$$MTTF_{100} = \frac{1\ \text{sistem} \cdot \text{h}}{100 \cdot 184 \cdot 10^{-9}\ \text{odpovedi}} \cong \underline{6{,}2\ \text{leta}} \tag{1.6}$$

Naloga 2

Iz podatkov v tabeli izračunajte povprečen čas do odpovedi izdelka (*MTTF*), če jih je bilo na začetku 10.

Tabela 2.1 Odpovedi izdelkov po letih

Čas	Število pokvarjenih izdelkov
1. leto	2
2. leto	1
3. leto	2
4. leto	4
5. leto	1



Slika 2.1 – Grafični prikaz podatkov iz tabele

Rešitev:

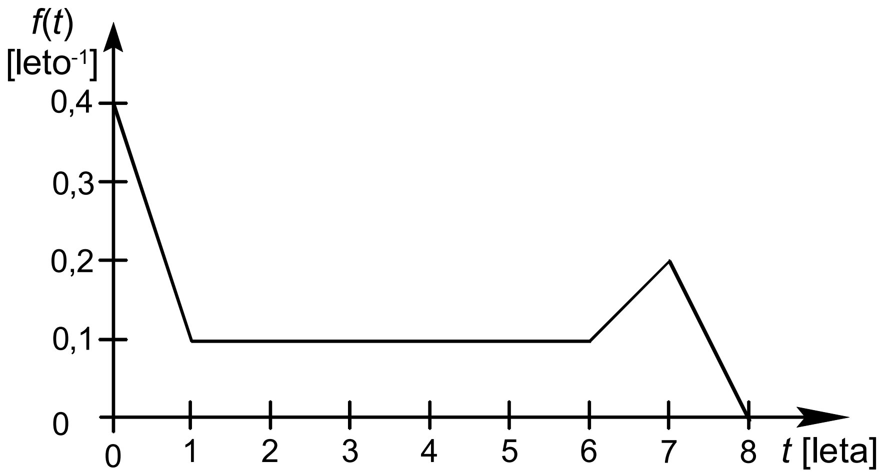
Povprečen čas do odpovedi izdelka je povprečje vseh časov, v katerih je odpovedal en izmed opazovanih izdelkov. Če je v določenem časovnem obdobju odpovedalo več izdelkov, je tisto obdobje šteto večkrat:

$$MTTF = \int_0^\infty t f\left(t\right) dt = \sum_{i=0}^{\infty} t_i f\left(t_i\right) \tag{2.1}$$

$$MTTF = 1 \cdot \frac{2}{10} + 2 \cdot \frac{1}{10} + 3 \cdot \frac{2}{10} + 4 \cdot \frac{4}{10} + 5 \cdot \frac{1}{10} = \underline{3{,}1 \text{ leto}} \tag{2.2}$$

Naloga 3

Za podano funkcijo gostote verjetnosti odpovedi sistema $f(t)$ izračunajte povprečni čas do odpovedi izdelka *MTTF*.



Slika 3.1 – Gostota verjetnosti odpovedi sistema v odvisnosti od časa

Rešitev:

Za znano časovno porazdelitev gostote verjetnosti odpovedi, lahko izračunamo povprečni čas do odpovedi po definiciji:

$$MTTF = \int_0^{\infty} tf(t)\,dt \tag{3.1}$$

$$MTTF = \frac{1}{10}\left(\int_0^1 t(4-3t)\,dt + \int_1^6 t\,dt + \int_6^7 t(-5+t)\,dt + \int_7^8 t(16-2t)\,dt\right) \tag{3.2}$$

$$MTTF = \underline{3{,}567 \text{ leta}} \tag{3.3}$$

Naloga 4

Določite potrebni čas testiranja t_t pri pospešenem staranju, da bo meritev omogočila določitev odpovedi testiranih komponent za obdobje 10 let, če testiramo pri temperaturi 150°C, komponente pa bodo delovale pri temperaturi okolice 70°C! Za aktivacijsko energijo degradacijskega procesa upoštevajte E_a = 0,625 eV.

$E_a = 0{,}625$ eV $\quad T_t = 150°\text{C} \quad T_a = 70°\text{C}$
$k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ J/K $\quad q_0 = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ As

Rešitev:

Na osnovi podane zahteve izračunamo faktor pospešitve (akceleracije), ki je določen z razmerjem med obema hitrostima reakcije, oziroma tudi z razmerjem med obema časoma:

$$AF = \frac{t}{t_t} = \frac{RR_t}{RR} = e^{-\frac{E_a}{k}\cdot\left(\frac{1}{T_t}-\frac{1}{T_a}\right)} = 54{,}36 \tag{4.1}$$

Pri tem smo upoštevali, da je aktivacijska energija podana v elektron voltih (eV), in da jo moramo pretvoriti v joule preden jo vstavimo v enačbo (4.1):

$$E_a = 0{,}625 \text{ eV} = 0{,}625 \cdot q_0 \cdot 1 \text{ V} = 0{,}625 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \text{ AsV} = 10^{-19} \text{ J} \tag{4.2}$$

Iz enačbe (4.1) izpeljimo čas testiranja t_t:

$$t_t = \frac{t}{AF} = \frac{10 \cdot 365 \cdot 24 \text{ h}}{54{,}36} = \underline{1611 \text{ h}} \tag{4.3}$$

Naloga 5

Določite potrebni temperaturi testiranja T_t pri pospešenem staranju, da bo meritev pri 1000 urah omogočila določitev odpovedi testiranih komponent za obdobje 20 let, pri temperaturah okolice 20°C in 70°C! Za aktivacijsko energijo degradacijskega procesa upoštevajte E_a = 0,625 eV.

$E_a = 0{,}625$ eV $\quad T_{a1} = 20°\text{C} \quad T_{a2} = 70°\text{C}$

$k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ J/K $\quad q_0 = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ As

Rešitev:

Na osnovi podane zahteve, izračunamo faktor pospešitve (akceleracije), ki je določen z razmerjem med obema časoma:

$$AF = \frac{t_{T_a}}{t_{T_t}} = \frac{20 \cdot 365 \cdot 24 \text{ h}}{1000 \text{ h}} = 175{,}2 \tag{5.1}$$

Na osnovi enačbe (5.2), ki podaja razmerje hitrosti degradacije pri dveh različnih temperaturah, izračunamo ustrezno temperaturo testiranja T_t

$$AF = \mathrm{e}^{\frac{E_a}{k}\left(\frac{1}{T_a} - \frac{1}{T_t}\right)} \tag{5.2}$$

$$\frac{k}{E_a} \ln AF = \frac{1}{T_a} - \frac{1}{T_t} \tag{5.3}$$

Aktivacijska energija je podana v elektron voltih (eV), in jo moramo pretvoriti v navadno enoto za energijo t.j. joule.

$$E_a = 0{,}625 \text{ eV} = 0{,}625 \cdot q_0 \cdot 1 \text{ V} = 0{,}625 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \text{ AsV} = 10^{-19} \text{ J} \tag{5.4}$$

$$\begin{aligned} T_{t1} &= \left(\frac{1}{T_{a1}} - \frac{k}{E_a} \ln AF\right)^{-1} = \\ &= \left(\frac{1}{(273+20) \text{ K}} - \frac{1{,}38 \cdot 10^{-23} \text{ J}}{10^{-19} \text{ J/K}} \ln 175{,}2\right)^{-1} = \underline{370 \text{ K}} \end{aligned} \tag{5.5}$$

$$T_{t2} = \left(\frac{1}{(273+70) \text{ K}} - \frac{1{,}38 \cdot 10^{-23} \text{ J}}{10^{-19} \text{ J/K}} \ln 175{,}2\right)^{-1} = \underline{454 \text{ K}} \tag{5.6}$$

Gornja rezultata lahko izrazimo tud v °C, ki smo jih bolj vajeni. Odšteti je potrebno temperaturo izhodišča Celzijeve skale t.j. 273 K.

$$T_{t1} = (370 - 273)°\text{C} = \underline{97°\text{C}} \tag{5.7}$$

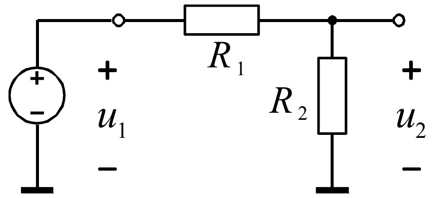
$$T_{t2} = (454 - 273)°\text{C} = \underline{181°\text{C}} \tag{5.8}$$

2. POGLAVJE

UPORI

Naloga 6

Dimenzionirajte napetostni delilnik s slabljenjem -12 dB! Upornost delilnika mora biti med 5 in 6 kΩ. Za realizacijo uporabite vrednosti uporov iz lestvice E24!



Slika 6.1 – Shema napetostnega delilnika

Rešitev:

Iz zahtevanega slabljenja izračunamo razmerje uporov R_1 in R_2. Iz skupne upornosti, ki predstavlja obremenitev vira, in vrednosti v lestvici, pa izberemo konkretne upornosti. Napetostno ojačenje, izraženo v dB, je enako negativni vrednosti slabljenja.

$$A_{U(\mathrm{dB})} = 20\log A_U = 20\log\frac{u_2}{u_1} = -12\,\mathrm{dB} \tag{6.1}$$

$$A_U = \frac{u_2}{u_1} = 10^{\frac{A_{U(\mathrm{dB})}}{20}} = 10^{-0,6} = 0,25 \tag{6.2}$$

Gornji rezultat, bi lahko izračunali tudi iz dejstva, da pomeni ojačenje -3dB faktor 0,71. Seštevanje v logaritmičnem merilu pomeni množenje v absolutnem, zato lahko od tod izračunamo rezultat (6.2) brez posebnega računa. Ojačenje delilnika je dano z izrazom

$$A_U = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \Rightarrow R_1 = \left(\frac{1}{A_U} - 1\right)R_2 = 3R_2 \tag{6.3}$$

$$5\,\mathrm{k\Omega} < R_1 + R_2 < 6\,\mathrm{k\Omega} \tag{6.4}$$

$$5\,\mathrm{k\Omega} < 4R_2 < 6\,\mathrm{k\Omega} \tag{6.5}$$

$$1,25\,\mathrm{k\Omega} < R_2 < 1,5\,\mathrm{k\Omega} \tag{6.6}$$

V lestvici E24 so naslednje vrednosti, ki se ponavljajo vsako dekado:

Tabela 6.1 – Uporovna lestvica E24

1,0	1,1	1,2	1,3	1,5	1,6	1,8	2,0	2,2	2,4	2,7	3,0
3,3	3,6	3,9	4,3	4,7	5,1	5,6	6,2	6,8	7,5	8,2	9,1

Iz gornje tabele in pogojev (6.3) in (6.6) dobimo rešitev

$$R_2 = \underline{1,3\ \mathrm{k\Omega}} \qquad R_1 = \underline{3,9\ \mathrm{k\Omega}} \tag{6.7}$$

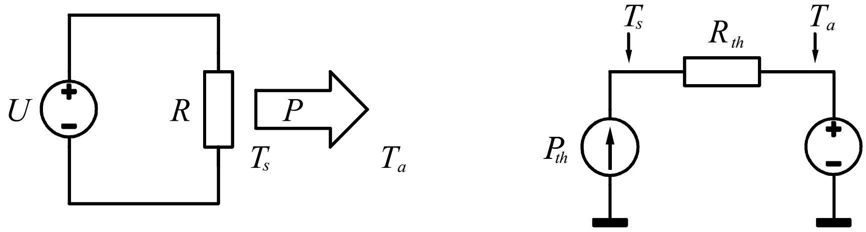
V kolikor ne bi imeli omejitve glede skupne upornosti, bi v lestvici E24 našli kar štiri pare uporov, katerih razmerje upornosti je 1 : 3.

Naloga 7

Kolikšna je temperatura površine ogljenoplastnega upora T_S, če je upor, z nazivno upornostjo 100 Ω, priključen na napetostni generator z napetostjo 10 V? Temperatura okolice je T_α = 70°C. Toplotna upornost površine upora do okolice je $R_{th\,sa}$ = 70°C/W. Temperaturni koeficient upornosti je TK_R = -500 ppm/°C. Upoštevajte referenčno temperaturo T_0= 20°C!

Rešitev:

Zaradi lastnega segrevanja, ki je posledica dovajane električne moči, se upornost upora z naraščajočo temperaturo spreminja. Prevajanje toplote modeliramo s pomočjo analogije z električnimi vezji, kjer temperaturo predstavimo z napetostjo, toplotni tok pa z električnim tokom (slika 7.1).



Slika 7.1 – Priključitev upora in električni model prevajanja toplote

Temperaturo površine (7.1) izračunamo na podlagi dovajane električne moči (7.2), ki se troši na uporu $P = U\,I$. Pri tem upoštevamo spremembo upornosti zaradi povišane temperature upora (7.3).

$$T_s = T_a + R_{\mathrm{th}\quad sa}P \tag{7.1}$$

$$P = \frac{U^2}{R(T)} \tag{7.2}$$

$$R(T) = R_0\left(1 + TK_R\left(T_s - T_0\right)\right) \tag{7.3}$$

Enačbe (7.1) do (7.3) združimo in izračunamo temperaturo površine T_s.

$$T_s = T_a + \frac{U^2 R_{th\,sa}}{R_0\left(1 + TK_R\left(T_s - T_0\right)\right)} \tag{7.4}$$

$$T_s^2 + \left(\frac{1}{TK_R} - T_a - T_0\right)T_s + T_a T_0 - \frac{T_a}{TK_R} - \frac{U^2 R_{\mathrm{th}\,sa}}{R_0 TK_R} = 0 \tag{7.5}$$

V kvadratno enačbo (7.5) vstavimo vrednosti, saj nadaljnje splošno reševanje zaradi nepreglednosti izrazov ni smiselno. Od obeh rešitev upoštevamo le tisto, ki je fizikalno smiselna.

$$T_s^2 - 2090°\mathrm{C}\cdot T_s + 281400\left(°\mathrm{C}\right)^2 = 0 \tag{7.6}$$

$$T_s = \underline{144{,}65°\mathrm{C}} \tag{7.7}$$

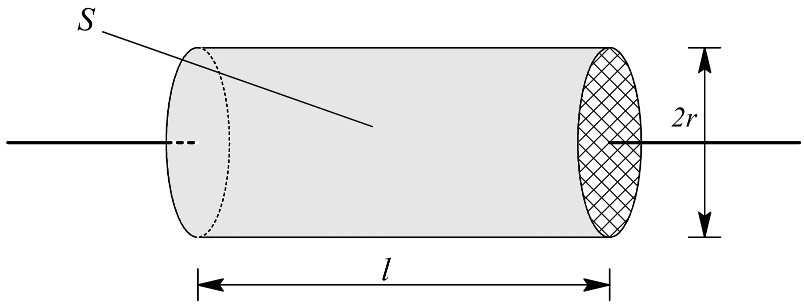
Približno rešitev lahko dobimo mnogo hitreje, če ne upoštevamo spremembe upornosti zaradi segrevanja upora. V tem primeru izračunamo temperaturo površine T_s le iz enačb (7.1) in (7.2). Ta poenostavitev nam da rešitev T_s = 140°C. Relativna napaka glede na temperaturo po točnem izračunu (7.7) je v tem primeru - 3,3%, kar je v večini praktičnih primerov zadostna točnost.

Naloga 8

Kolikšna mora biti dolžina l keramičnega telesa ogljenoplastnega upora, da bo njegova nazivna moč 5 W, pri temperaturi okolice 70°C. Dimenzije upora so podane na sliki 8.1. Parameter α_{th} je specifična toplotna prestopnost površine upora na okoliški zrak. Pri izračunu upoštevajte odvajanje toplote na okolico le s površine, kjer se toplota generira, t.j. s plašča valja. Kolikšna bo temperatura upora pri nazivni moči in isti temperaturi okolice, če mu s hladilnim telesom povečamo površino na 3568 mm^2.

$2r = 16$ mm $\quad \alpha_{th} = 35$ Wm^{-2}K^{-1} $\quad S_2 = 3568$ mm^2

$T_{s\,max} = 150$°C $\quad T_a = 70$°C



Slika 8.1 – Dimenzije in oblika plastnega upora

Rešitev:

Efektivna površina, ki se greje in s katere se toplota odvaja, je le uporovna plast na plašču valja. Osnovni ploskvi sta hladnejši, ker sta okovinjeni. Toplotni tok P_{th} s površine upora izračunamo z izrazom za prestop toplote.

$$P_{\mathrm{th}} = \alpha_{\mathrm{th}} S \Delta T \tag{8.1}$$

Nazivna moč upora P_N je enaka toplotnemu toku pri maksimalni dopustni temperaturni razliki, zato velja

$$P_N = P_{th} = \alpha_{th} 2\pi r l \left(T_{S\max} - T_a\right) \tag{8.2}$$

Od tod izračunamo iskano dolžino keramičnega telesa l

$$\begin{aligned} l &= \frac{P_N}{\left(T_{S\max} - T_a\right)\alpha_{\mathrm{th}} 2\pi r} = \\ &= \frac{5\ \mathrm{W} \cdot \mathrm{m^2K}}{80\ \mathrm{K} \cdot 35\ \mathrm{W} \cdot \pi \cdot 16 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}} = 0{,}0355\ \mathrm{m} = \underline{35{,}5\ \mathrm{mm}} \end{aligned} \tag{8.3}$$

Iz izraza za prestop toplote izračunamo temperaturo upora, ki ima s hladilnikom povečano površino.

$$\Delta T = \frac{P_{th}}{\alpha_{th} \cdot S_2} = \frac{5\ \mathrm{W}}{35\ \mathrm{Wm^{-2}K^{-1}} \cdot 3568 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{m^2}} = 40\ \mathrm{K} \tag{8.4}$$

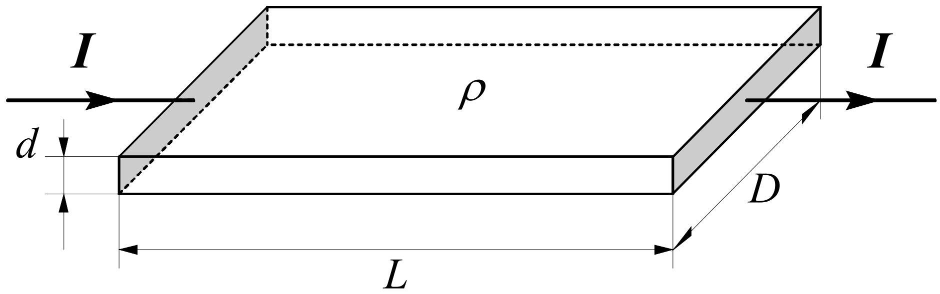
$$T_S = T_a + \Delta T = 70°\mathrm{C} + 40°\mathrm{C} = \underline{110°\mathrm{C}} \tag{8.5}$$

Naloga 9

Z metodo štirih konic za merjenje plastne upornosti izmerimo napetost $U = 9$ mV pri toku $I = 2$ mA. Izračunajte plastno upornost R_{sh} difundirane plasti in določite dolžino integriranega upora z upornostjo $R = 500\ \Omega$ izdelanega s takšno difuzijo. Najmanjša dopustna širina uporovne proge je $D = 10\ \mu$m.

$U = 9$ mV $\qquad$ $I = 2$ mA $\qquad$ $R = 500\ \Omega$ $\qquad$ $D = 10\ \mu$m

Rešitev:



Slika 9.1 – Razmere v uporovni plasti

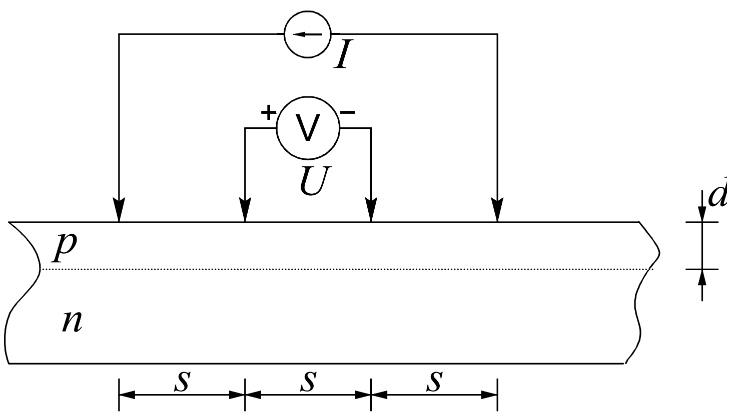
Upornost tanke plasti debeline d s specifično upornostjo ρ izračunamo z izrazom

$$R = \rho\frac{l}{A} = \frac{\rho l}{dD} = R_{\text{sh}}\frac{l}{D} \quad , \tag{9.1}$$

kjer je plastna upornost R_{sh}, ki je definirana kot

$$R_{\text{sh}} = \frac{\rho}{d} = \frac{1}{\sigma d} \tag{9.2}$$

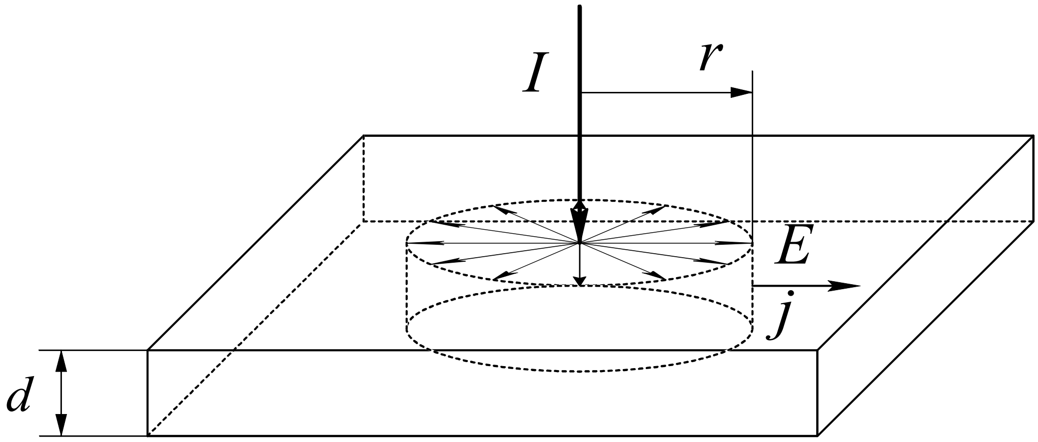
enaka tudi upornosti enega kvadratka uporovne plasti. Razmerje l/D pa predstavlja število kvadratkov v uporovni progi. Plastna upornost je primerna za računanje plastnih uporov, izdelanih iz uporovnega materiala v obliki plasti konstantne debeline. Plastno upornost merimo z metodo štirih konic. Meritev je prikazana na sliki 9.2 za primer difundiranega upora.



Slika 9.2 – Meritev plastne upornosti difundirane plasti

Obravnavo meritve začnemo z analizo razmer pri levem kontaktu. Na sliki 9.3 je narisana porazdelitev toka v plasti debeline d v okolici koničastega kontakta, pri čemer je drugi kontakt na robovih substrata v neskončnosti. Zaradi osne simetrije se tok kontakta I enakomerno porazdeli, zato teče skozi plašč valja z osjo v konici in z radijem r tokova gostota

$$j(r) = \frac{I}{S} = \frac{I}{2\pi r d} \tag{9.3}$$



Slika 9.3 – Porazdelitev vrinjenega toka v bližini koničastega kontakta

Z uporabo dobro znanega Ohmovega zakona dobimo odvisnost velikosti električnega polja od oddaljenosti r (smer polja je radialna)

$$j = \sigma E = \frac{E}{\rho} \Rightarrow E(r) = \rho j(r) = \frac{\rho I}{2\pi d r} \tag{9.4}$$

Iz električnega polja izračunamo električni potencial (9.5), ter iz njega napetost med točkama na razdalji s in $2s$.

$$V(r) = -\int_{\infty}^{r} E(r)\,dr = -\frac{\rho I}{2\pi d}\int_{\infty}^{r} \frac{dr}{r} = -\frac{\rho I}{2\pi d}\ln r + V_0 \tag{9.5}$$

$$\begin{aligned} U^+ &= V(s) - V(2s) = -\frac{\rho I}{2\pi d}\ln s + \frac{\rho I}{2\pi d}\ln 2s = \\ &= \frac{\rho I}{2\pi d}\ln\frac{2s}{s} = \frac{\rho I}{2\pi d}\ln 2 \end{aligned} \tag{9.6}$$

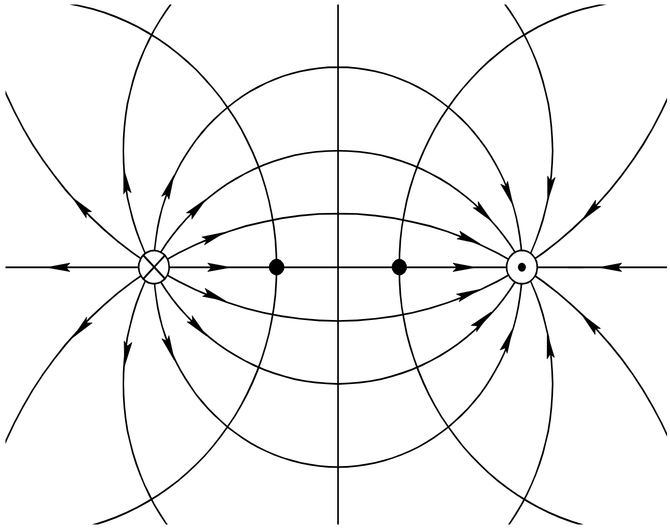
V kolikor sedaj približamo drugi kontakt iz neskončnosti na razdaljo $3s$, potem moramo upoštevati še električni potencial polja okoli druge konice. Ker je električni potencial skalar, je celoten potencial vsota obeh, napetost med notranjima konicama, pa je razlika skupnega potenciala, oziroma vsota napetosti.

$$\begin{aligned} U &= U^+ + U^- = \frac{\rho I}{2\pi d}\ln 2 + \frac{\rho(-I)}{2\pi d}\ln\frac{1}{2} = \frac{\rho I}{\pi d}\ln 2 = \\ &= \frac{\ln 2}{\pi} R_{sh} I = 4,532 \cdot R_{sh} I \end{aligned} \tag{9.7}$$

Iz gornje enačbe sledi končni rezultat za meritev plastne upornosti

$$R_{sh} = \frac{\pi}{\ln 2}\frac{U}{I} = 4.53\frac{U}{I} \tag{9.8}$$

Električno polje in potek gostote toka v področju pod merilnimi konicami je prikazan na sliki 9.4. Prikazana slika polja v tanki prevodni plasti je enaka elektrostatičnemu polju med dvema dolgima ravnima vodnikoma. V obeh primerih obravnavamo polje le v dveh dimenzijah.



Slika 9.4 – Tokovnice in ekvipotencialne ploskve med merilnimi konicami

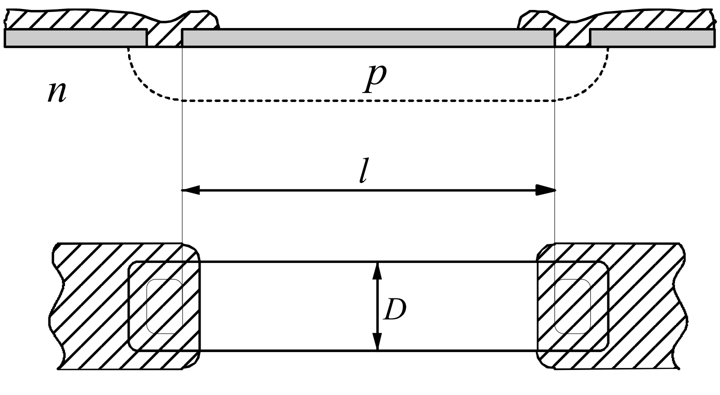
Z upoštevanjem enačbe (9.7) in podatkov izračunamo plastno upornost

$$R_{sh} = \frac{\pi}{\ln 2}\cdot\frac{U}{I} = \frac{\pi}{\ln 2}\cdot\frac{9\ \text{mV}}{2\ \text{mA}} = 20{,}39\ \Omega/\square \approx \underline{20{,}4\ \Omega/\square} \tag{9.9}$$

Za izračun dolžine l difundiranega upora uporabimo izraz (9.1) in upoštevamo najmanjšo dovoljeno širino uporovne proge D

$$l = \frac{R\cdot D}{R_{sh}} = \frac{500\ \Omega\cdot 10\ \mu\text{m}}{20{,}39\ \Omega} = \underline{245{,}1\ \mu\text{m}} \tag{9.10}$$

Na sliki 9.5 je prikazana geometrija takega difundiranega upora. V kolikor je dolžina upora prevelika, ga lahko skrajšamo z uporabo meandrov, kar pa poveča površino, ki jo tak upor zaseda na integriranem vezju.



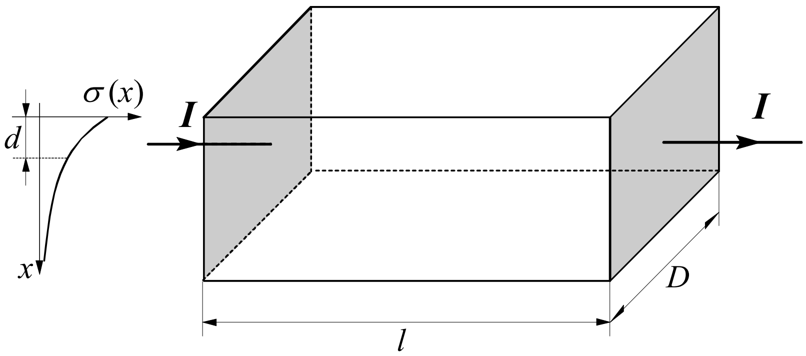
Slika 9.5 – Prerez in tloris integriranega upora

Naloga 10

Za plastni upor imamo podano specifično prevodnost v odvisnosti od globine $\sigma(x) = \sigma_0 e^{-\frac{x}{d}}$, $\sigma_0 = 10\ \text{kS/m}$, $d = 1\ \mu\text{m}$. Izračunajte plastno upornost R_{sh} difundirane plasti in določite dolžino integriranega upora z upornostjo R = 500 Ω izdelanega s takšno difuzijo. Najmanjša dopustna širina uporovne proge je D = 10 µm.

$\sigma(x) = \sigma_0 e^{-\frac{x}{d}}$ $\quad\sigma_0 = 10\ \text{kS/m}$ $\quad d = 1\ \mu\text{m}$

$R = 500\ \Omega$ $\quad D = 10\ \mu\text{m}$



Slika 10.1 – Razmere v uporovni plasti

Rešitev:

Zapišimo prevodnost diferencialno tanke plasti, za katero lahko smatramo, da je v njej specifična prevodnost konstantna

$$dG = \sigma(x)\frac{D \cdot dx}{l} \tag{10.1}$$

Debelina substrata je zelo velika v primerjavi z globino, do katere specifična prevodnost upora še ni zanemarljiva. Zato lahko smatramo, da je debelina substrata neskončna. Celotna prevodnost je tako

$$G = \frac{D}{l}\int_0^\infty \sigma(x)\,dx = \frac{D}{l}\cdot\frac{1}{R_{sh}} \tag{10.2}$$

Iz (10.2) lahko izrazimo R_{sh}

$$R_{sh} = \frac{1}{\int_0^\infty \sigma(x)\,dx} \tag{10.3}$$

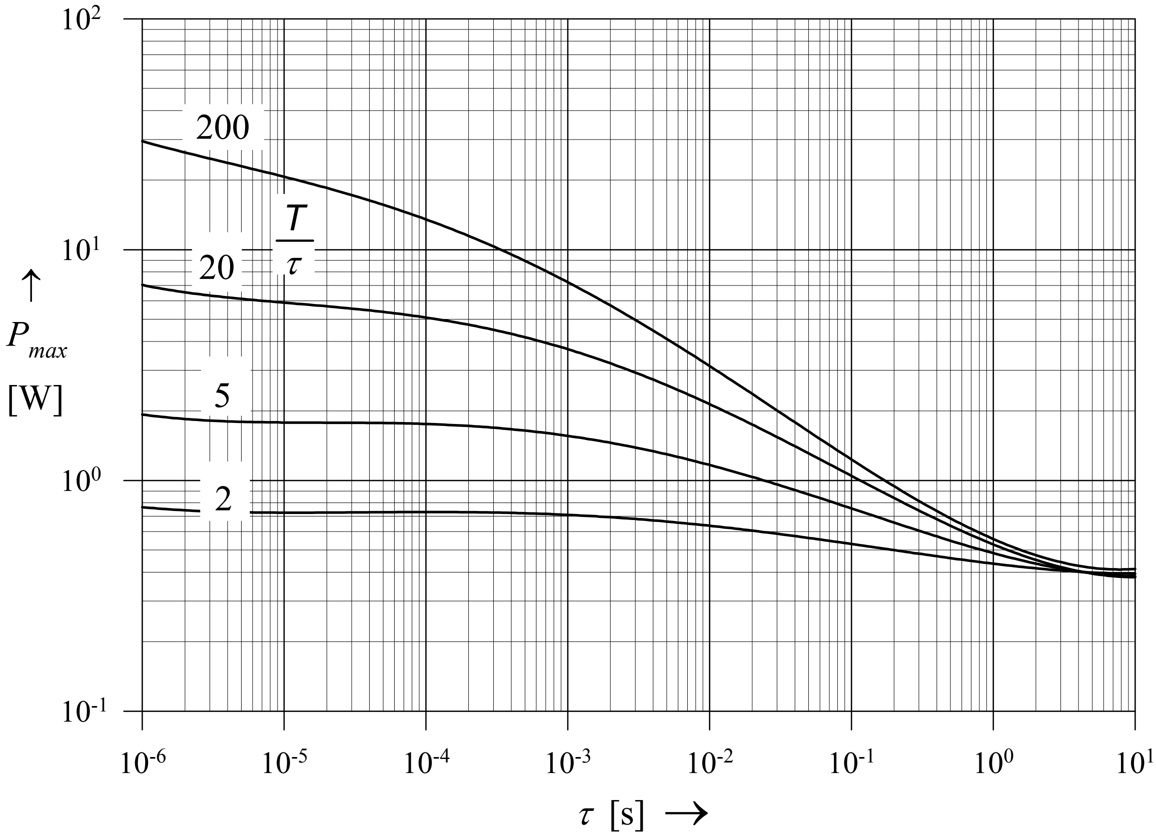
$$R_{sh} = \frac{1}{\int_0^\infty \sigma_0 e^{-\frac{x}{d}}dx} = \frac{1}{-\sigma_0 d \cdot e^{-\frac{x}{d}}\Big|_0^\infty} = \frac{1}{\sigma_0 d} = \frac{1\ \text{m}}{10\ \text{kS}\cdot 10^{-6}\ \text{m}} = 100\ \Omega \tag{10.4}$$

$$l = \frac{R}{R_{sh}}\cdot D = \frac{500\ \Omega}{100\ \Omega/\square}\cdot 10\ \mu\text{m} = \underline{50\ \mu\text{m}} \tag{10.5}$$

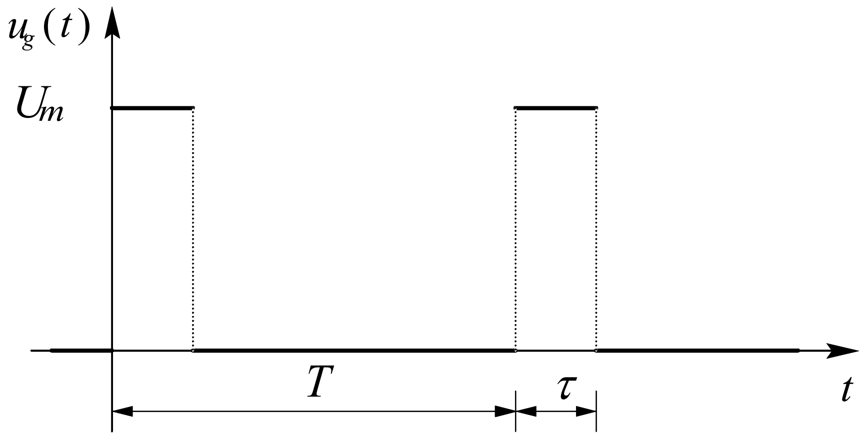
Naloga 11

Na osnovi diagrama za maksimalno impulzno obremenitev upora določite najvišjo dopustno amplitudo napetosti U_m na uporu $R = 1\ \mathrm{k\Omega}$. Časovna oblika napetosti je podana na sliki 11.2. Kolikšna je povprečna moč na uporu?

$T = 2$ ms $\qquad\qquad \tau = 0{,}1$ ms



Slika 11.1 – Diagram maksimalne impulzne moči v odvisnosti od širine impulza τ in periode T



Slika 11.2 – Impulzna napetost

Rešitev:

Na osnovi podatkov izračunamo razmerje med periodo T in trajanjem impulza τ

$$\frac{T}{\tau} = \frac{2\ \text{ms}}{0{,}1\ \text{ms}} = 20 \qquad (11.1)$$

Iz grafa (slika 11.1) odčitamo za gornje razmerje in trajanje impulza $\tau = 0{,}1\ \text{ms} = 10^{-4}\ \text{s}$ impulzno moč $P_{max} = 5\ \text{W}$.

$$P_{max} = \frac{U_m^2}{R} \Rightarrow U_m = \sqrt{P_{max}R} = \sqrt{5\ \text{W} \cdot 1000\ \Omega} = \underline{70{,}7\ \text{V}} \qquad (11.2)$$

$$P = \frac{P_{max}\tau}{T} = \frac{5\ \text{W}}{20} = \underline{0{,}25\ \text{W}} \qquad (11.3)$$

Povprečna izgubna moč $P = 0{,}25$ W je manjša od nazivne moči P_N pri enosmerni obremenitvi, ki jo lahko razberemo iz grafa pri vrednostih za dolge napetostne impulze τ ($P_N = 0{,}4$ W).

Naloga 12

Izračunajte upornost meter dolge okrogle bakrene žice s premerom 1 mm za enosmerni signal in signal s frekvenco 1 MHz. Specifična upornost bakra pri 20°C je $\rho_{Cu} = 1{,}74 \cdot 10^{-8}\ \Omega\mathrm{m}$.

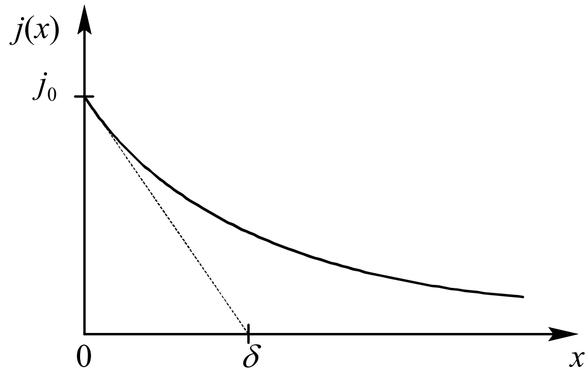
Rešitev:

Upornost polnih vodnikov s frekvenco narašča zaradi kožnega pojava, ki ga povzročajo vrtinčni tokovi v polnem vodniku. Pojav lahko opišemo z vdorno globino δ elektromagnetnega valovanja, s katero upada električna poljska jakost E in z njo gostota električnega toka j v prevodni snovi. Gostota električnega toka pod ravno površino neskončno globoke prevodne snovi je podana z enačbo

$$j(x) = j_0 e^{-\frac{x}{\delta}}, \tag{12.1}$$

kjer je parameter vdorna globina δ, podana z enačbo

$$\delta(\omega) = \sqrt{\frac{2\rho}{\mu\omega}}. \tag{12.2}$$



Slika 12.1 – Porazdelitev VF toka glede na površino vodnika

Pri okroglem vodniku (bakreni žici) so razmere sicer drugačne slika 12.2a), vendar lahko razmere prevedemo na prevajanje ravne plošče, če je vdorna globina mnogo manjša od polmera žice. Pri frekvenci $f = 1$ MHz je vdorna globina

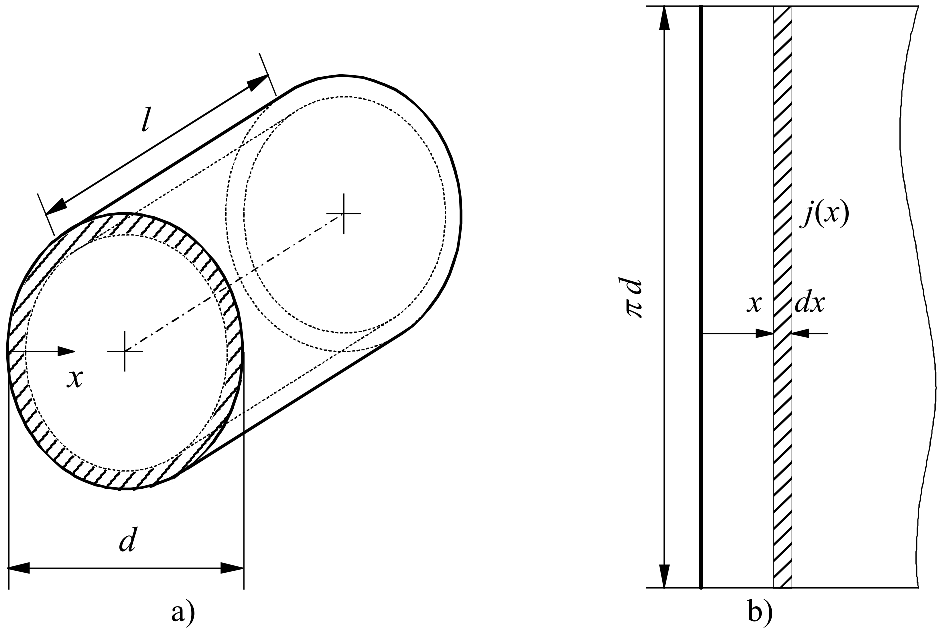
$$\delta = \sqrt{\frac{2\rho}{2\pi f \mu}} = \sqrt{\frac{1{,}74 \cdot 10^{-8}\ \Omega\mathrm{m\ Am}}{\pi \cdot 10^{6}\ \mathrm{Hz} \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}\ \mathrm{Vs}}} = 64{,}4\ \mu\mathrm{m}, \tag{12.3}$$

kar pomeni, da lahko površino vodnika obravnavamo kot ravno površino 12.2b), z neskončno globino.
Gostoto j_0 na površini bakrene žice izračunamo iz enosmerne upornosti R_{Cu}, ker je gostota toka konstantna preko celotnega prereza.

$$R_{Cu} = \frac{\rho l}{S} = \frac{U}{I} = \frac{U}{j_0 S} \tag{12.4}$$

iz enačbe (12.4) dobimo

$$j_0 = \frac{U}{\rho l} \tag{12.5}$$



Slika 12.2 – a) Gostota električnega toka v okrogli žici
b) Razvoj oboda valja za izračun VF upornosti okrogle žice

Celotni tok okrogle žice dobimo, če seštejemo vse prispevke toka dI, ki jih prinašajo plasti z globino x, gostoto $j(x)$ in debelino dx.

$$dI = j(x)\pi d \cdot dx = j_0 e^{-\frac{x}{\delta}} \pi d \cdot dx \tag{12.6}$$

Ker je $\delta \ll d$, lahko za mejo globine vzamemo kar ∞, saj tokova gostota z globino hitro upade. Prispevke posameznih plasti seštejemo z integriranjem

$$I = \int_0^\infty dI = j_0 \pi d \int_0^\infty e^{-\frac{x}{\delta}} \cdot dx = j_0 \pi d(-\delta) e^{-\frac{x}{\delta}} \Big|_0^\infty = j_0 \pi d \delta \tag{12.7}$$

Gornji rezultat pomeni, da lahko okrogel vodnik pri visokih frekvencah zamenjamo z votlim valjem z debelino stene δ. Celotni tok teče v tanki plasti debeline δ, ostali del bakra pa ne sodeluje pri prevajanju visokofrekvenčnega električnega toka. V rezultat (12.7) vstavimo izraz (12.5) in upoštevamo še (12.2)

$$I = \frac{U}{\rho l} \pi d \delta = \frac{U \pi d}{l} \sqrt{\frac{2}{\rho \mu \omega}}. \tag{12.8}$$

Od tod dobimo VF upornost za okroglo žico

$$R = \frac{l}{\pi d} \sqrt{\frac{\rho \mu \omega}{2}} = \frac{l}{d} \sqrt{\frac{\rho \mu f}{\pi}} = \frac{1\text{m}}{10^{-3}\text{m}} \sqrt{\frac{1,74 \cdot 10^{-8}\,\Omega\text{m} \cdot 4\pi 10^{-7}\,\text{Vs} \cdot 10^{6}\text{Hz}}{\pi\ \text{Am}}} = \underline{83,4\text{m}\Omega} \tag{12.9}$$

Za primerjavo izračunajmo še enosmerno upornost R_{Cu} po enačbi (12.4)

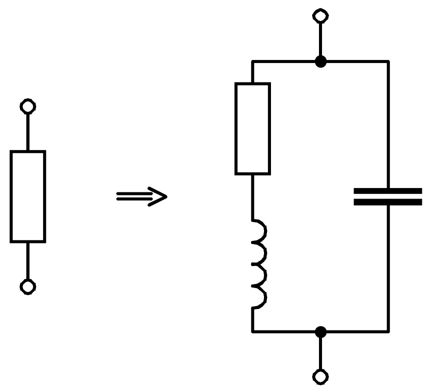
$$R_{Cu} = \rho_{Cu} \cdot \frac{l \cdot 4}{\pi d^2} = 1,74 \cdot 10^{-8}\ \Omega\text{m} \cdot \frac{1\,\text{m} \cdot 4}{\pi \cdot 10^{-6}\ \text{m}} = \underline{22\ \text{m}\Omega} \tag{12.10}$$

Naloga 13

Kolikšna je impedanca realnega upora z upornostjo 1 kΩ, parazitno kapacitivnostjo 50 fF in parazitno induktivnostjo 3 nH oziroma 30 nH pri frekvencah 100 MHz, 2,5 GHz in 10GHz?

Rešitev:

Realni upor lahko nadomestimo z idealnim uporom, parazitno induktivnostjo in parazitno kapacitivnostjo.



Slika 13.1 – Realni upor in njegov model s parazitnimi elementi

Zapišimo impedanco modela realnega upora.

$$\frac{1}{\hat{Z}} = \frac{1}{R + j\omega L} + j\omega C \tag{13.1}$$

$$\hat{Z} = \frac{R + j\omega L}{1 - \omega^2 LC + j\omega RC} \tag{13.2}$$

Iz (13.2) lahko izrazimo absolutno vrednost impedance.

$$\left|\hat{Z}\right| = \sqrt{\hat{Z}\hat{Z}^*} = \sqrt{\frac{\omega^2 L^2 + R^2}{\left(1 - \omega^2 LC\right)^2 + \left(\omega RC\right)^2}} \tag{13.3}$$

Sedaj le še vstavimo številke v (13.3).

$$\left|\hat{Z}\right|_{3\ \mathrm{nH},100\ \mathrm{MHz}} = \underline{1000\ \Omega} \tag{13.4}$$

$$\left|\hat{Z}\right|_{3\ \mathrm{nH},2{,}5\ \mathrm{GHz}} = \underline{806\ \Omega} \tag{13.5}$$

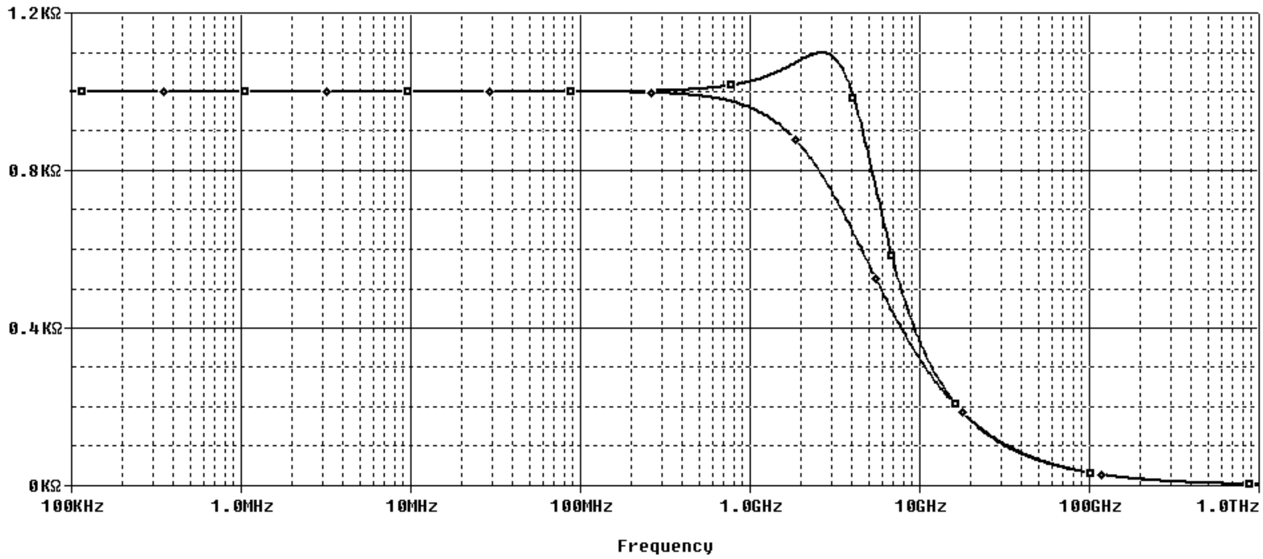
$$\left|\hat{Z}\right|_{3\ \mathrm{nH},10\ \mathrm{GHz}} = \underline{321\ \Omega} \tag{13.6}$$

$$\left|\hat{Z}\right|_{30\ \mathrm{nH},100\ \mathrm{MHz}} = \underline{1000\ \Omega} \tag{13.7}$$

$$\left|\hat{Z}\right|_{30\ \mathrm{nH},2{,}5\ \mathrm{GHz}} = \underline{1098\ \Omega} \tag{13.8}$$

$$\left|\hat{Z}\right|_{30\,\text{nH},10\,\text{GHz}} = \underline{365\ \Omega} \tag{13.9}$$

Celotni frekvenčni potek impedance za parazitni induktivnosti 3 nH in 30 nH je prikazan na sliki 13.2



Slika 13.2 – Frekvenčni potek impedance za mode realni upora s parazitno induktivnostjo
a) krivulja označena z ◊ za L = 3 nH
b) krivulja označena z □ za L = 30 nH

Naloga 14

Izračunajte efektivno napetost tokovnega in termičnega šuma za ogljenoplastni upor z upornostjo R = 100 kΩ na frekvenčnih intervalih:

a) $B_1 = 1 \div 10$ Hz

b) $B_2 = 100$ kHz $\div 1$ MHz

Efektivna vrednost nihanja upornosti na frekvenčno dekado danega ogljenoplastnega upora je 2 μΩ/Ω! Tok preko upora je 1mA. Temperatura upora je 27°C.

$R = 100$ kΩ $\Delta R/R = 2$ μΩ/Ω $I = 1$ mA

$k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ J/K $T = 27$°C

Rešitev:

Absolutna vrednost nihanja upornosti v dekadi znaša

$$\Delta R = \Delta R \,/\, R \cdot R = 2\ \mu\Omega/\Omega \cdot 100\ \mathrm{k}\Omega = 0{,}2\ \Omega \tag{14.1}$$

Šumna napetost tokovnega šuma v eni dekadi je

$$U_{Nef} = \Delta RI = 0{,}2\ \Omega \cdot 1\ \mathrm{mA} = 0{,}2\ \mathrm{mV} \tag{14.2}$$

Rezultat (14.2) velja za frekvenčno območje B_1 in B_2 zato, ker obe območji zavzemata eno dekado, saj je razmerje med $f_{zg} : f_{sp} = 10$.

Napetost termičnega šuma upora je dana z Nyquistovo enačbo

$$U_N = \sqrt{4kTRB} \tag{14.3}$$

Za konkretni frekvenčni območji in dano temperaturo dobimo

$$\begin{aligned} U_{N1} &= \sqrt{4 \cdot 1{,}38 \cdot 10^{-23}\ \mathrm{JK^{-1}} \cdot 300\ \mathrm{K} \cdot 10^{5}\ \Omega \cdot 9\ \mathrm{Hz}} = \\ &= 0{,}12 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{V} = \underline{0{,}12\ \mu\mathrm{V}} \end{aligned} \tag{14.4}$$

$$\begin{aligned} U_{N2} &= \sqrt{4 \cdot 1{,}38 \cdot 10^{-23}\ \mathrm{JK^{-1}} \cdot 300\ \mathrm{K} \cdot 10^{5}\ \Omega \cdot 9 \cdot 10^{5}\ \mathrm{Hz}} = \\ &= 38 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{V} = \underline{38\ \mu\mathrm{V}} \end{aligned} \tag{14.5}$$

Tokovni šum je veliko večji le na prvi pogled. Šumno napetost (14.2) 200 μV je treba primerjati z visoko enosmerno napetostjo U_R = 100 V na uporu R, saj mora preko upora teči tok 1 mA.

Naloga 15

Kolikšna je maksimalna upornost signalnega izvora pri sobni temperaturi, da bo razmerje $S/N_T \geq 20$ dB pri minimalni signalni napetosti $U_{S\,min} = 15$ µV? Pasovna širina koristnega signala je 20 kHz.

$S/N_T \geq 20$ dB $\qquad B = 20$ kHz $\qquad U_{Smin} = 15$ µV $\qquad k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ J/K

Rešitev:

Na podlagi občutljivosti in zahtevanega razmerja signal šum izračunamo dopustni kvadrat efektivne napetosti termičnega šuma

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{\mathrm{dB}} = \left(\frac{U_s^2}{U_n^2}\right)_{\mathrm{dB}} = 10\log\frac{U_s^2}{U_n^2} \geq 20\ \mathrm{dB} \tag{15.1}$$

$$\frac{U_s^2}{U_n^2} \geq 10^2 = 100 \Rightarrow U_n^2 \leq \frac{U_s^2}{100} \tag{15.2}$$

Za kvadrat šumne napetosti upoštevamo Nyquistovo formulo in izračunamo maksimalno upornost R

$$U_n^2 = 4kTRB \leq \frac{U_s^2}{100} \tag{15.3}$$

$$R \leq \frac{U_s^2}{100 \cdot 4kTB} \tag{15.4}$$

$$R \leq \frac{\left(15 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{V}\right)^2\ \mathrm{K}}{100 \cdot 4 \cdot 1{,}38 \cdot 10^{-23}\ \mathrm{J} \cdot 300\ \mathrm{K} \cdot 20\ \mathrm{kHz}} \tag{15.5}$$

$$R \leq \frac{225 \cdot 10^{-12}\ \mathrm{V}^2}{1{,}38 \cdot 10^{-15} \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2\ \mathrm{VA}} = 6{,}79\ \mathrm{k\Omega} \tag{15.6}$$

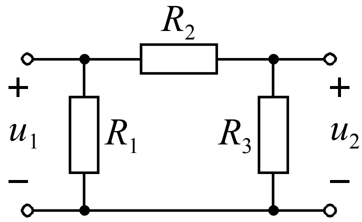
$$R \leq \underline{6{,}8\ \mathrm{k\Omega}} \tag{15.7}$$

Naloga 16

Za dani četveropol izračunajte šumno napetost na izhodnih sponkah, če so na vhodu odprte sponke. Zanima nas šum v frekvenčnem področju od 0 do 100 kHz. Vezje ima temperaturo 27°C.

$B = 100$ kHz $\qquad R_1 = R_2 = R_3 = 100$ kΩ

$T = 300$ K $\qquad k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ J/K

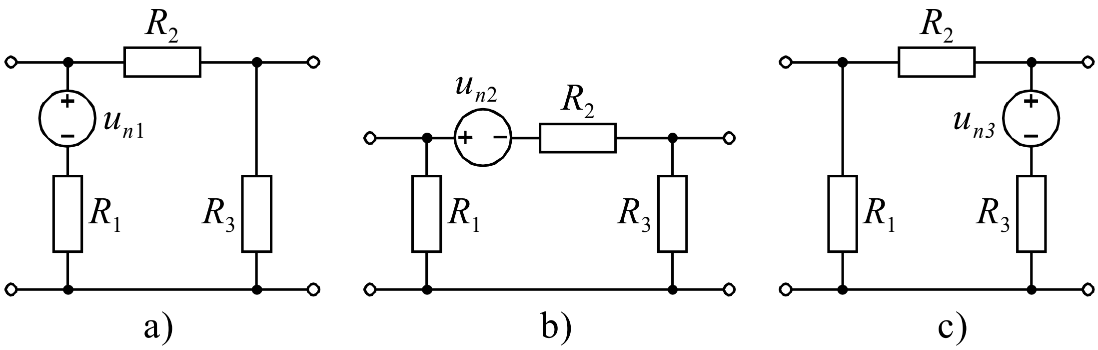


Slika 16.1 – Četveropol

Rešitev:

Šum v določeni točki vezja določimo v treh korakih:

1. V vezju vse elemente, ki generirajo šum, nadomestimo s kombinacijami idealnega brezšumnega elementa in šumnega generatorja. Za preglednejši izračun naredimo to za vsak element posebej in na koncu prispevke seštejemo.



Slika 16.2 – Nadomestna vezja s šumnimi generatorji posameznih uporov

2. Iz nadomestnih vezij na sliki 16.2 zapišemo prispevke vseh šumnih generatorjev. Pri tem šumne generatorje obravnavamo, kot da so deterministični – tako kot navadni generatorji.

$$u_{21} = u_{n1} \cdot \frac{R_3}{R_1 + R_2 + R_3} \tag{16.1}$$

$$u_{22} = -u_{n2} \cdot \frac{R_3}{R_1 + R_2 + R_3} \tag{16.2}$$

$$u_{23} = u_{n3} \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_1 + R_2 + R_3} \tag{16.3}$$

$$u_2 = u_{21} + u_{22} + u_{23} \tag{16.4}$$

3. Sedaj dobljeno enačbo kvadriramo, povprečimo in korenimo. Ker so šumni generatorji med seboj nekorelirani, je produkt napetosti dveh šumnih generatorjev čez daljši čas enak nič. Zato lahko vse mešane člene (npr. $u_{21} \cdot u_{22}$) izpustimo. Vse kar ostane, tj. kvadratne člene (npr. u_{21}^2), povprečimo, kar nam da kvadrate efektivnih vrednosti. Zato lahko namesto povprečij kvadratov šumnih generatorjev v enačbo pišemo kvadrate efektivnih vrednosti šumnih generatorjev.

$$U_N = \sqrt{U_{NR1}^2 \cdot \left(\frac{R_3}{R_1 + R_2 + R_3}\right)^2 + U_{NR2}^2 \cdot \left(\frac{R_3}{R_1 + R_2 + R_3}\right)^2 + U_{NR3}^2 \cdot \left(\frac{R_1 + R_2}{R_1 + R_2 + R_3}\right)^2} \tag{16.5}$$

Izračunajmo, kolikšno šumno napetost generira vsak upor in to vstavimo v (16.5).

$$U_{NR_1} = U_{NR_2} = U_{NR_3} = U_{NR} = \sqrt{4kTRB} \tag{16.6}$$

$$U_{NR} = \sqrt{4 \cdot 1{,}38 \cdot 10^{-23}\ \text{J/K} \cdot 300\ \text{K} \cdot 100 \cdot 10^3\ \Omega \cdot 100 \cdot 10^3\ \text{Hz}} = 12{,}9\ \mu\text{V} \tag{16.7}$$

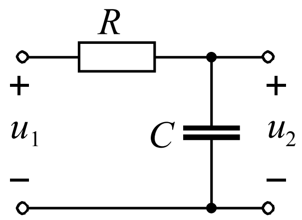
Ker so šumne napetosti za vse upore enake, lahko enačbo (16.5) še dodatno poenostavimo.

$$U_N = U_{NR} \cdot \sqrt{2 \cdot \left(\frac{R_3}{R_1 + R_2 + R_3}\right)^2 + \left(\frac{R_1 + R_2}{R_1 + R_2 + R_3}\right)^2} \tag{16.8}$$

$$U_N = 12{,}9\ \mu\text{V} \cdot \sqrt{2 \cdot \left(\frac{100\ \text{k}\Omega}{300\ \text{k}\Omega}\right)^2 + \left(\frac{200\ \text{k}\Omega}{300\ \text{k}\Omega}\right)^2} = \underline{10{,}5\ \mu\text{V}} \tag{16.9}$$

Naloga 17

Za dani četveropol izrazite šumno napetost na izhodnih sponkah v celotnem frekvenčnem območju ($B = \infty$). Na vhodu ga zaključite z idealnim napetostnim generatorjem.

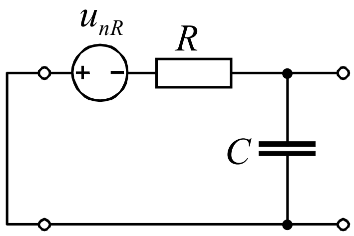


Slika 17.1 – Četveropol

Rešitev:

Ne glede na to, ali je vezje sestavljeno le iz ohmskih upornosti ali pa so v vezju tudi reaktance in polprevodniški elementi v poljubni kombinaciji, vedno lahko šum v določeni točki vezja določimo v istih treh korakih. Razlika je le v tem, da moramo pri reaktancah upoštevati njihove impedance namesto upornosti. V primeru nelinearnih elementov, kot so na primer polprevodniki, pa moramo najprej določiti delovno točko vezja, nato pa nelinearne elemente vezja nadomestimo z linearnim nadomestnim modelom za dano delovno točko.

1. Narišimo si nadomestno vezje, v katerem realni upor nadomestimo z idealnim uporom, ki ne šumi, in šumnim generatorjem. Ker nas prispevek napetostnega vira, s katerim je vhod četveropola zaključen, ne zanima, ga nadomestimo s kratkim stikom (tokovni vir bi nadomestili z odprtimi sponkami). Idealni kapacitivni in induktivni elementi sami po sebi ne povzročajo šuma.



Slika 17.2 – Nadomestno vezje

2. Iz nadomestnega vezja zapišimo izhodno napetost. Pri tem obravnavamo šumne generatorje kot, da so harmonični.

$$Z_C = \frac{1}{j\omega C}, \quad Z_R = R \tag{17.1}$$

$$\widehat{U}_N = \widehat{U}_{NR} \cdot \frac{Z_C}{Z_R + Z_C} = \widehat{U}_{NR} \cdot \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \widehat{U}_{NR} \cdot \frac{1}{1 + j\omega RC} \tag{17.2}$$

3. Amplitudo izhodnega signala kvadriramo, povprečimo in korenimo. Pri tem upoštevamo, da je efektivna vrednost za $\sqrt{2}$ manjša od amplitude signala, in da nas faza šuma ne zanima.

$$U_N^2 = \left|\frac{\widehat{U}_N}{\sqrt{2}}\right|^2 = \frac{\widehat{U}_N \cdot \widehat{U}_N^*}{2} = \frac{\widehat{U}_{NR} \cdot \widehat{U}_{NR}^*}{2} \cdot \frac{1}{1 + j\omega RC} \cdot \frac{1}{1 - j\omega RC} = U_{NR}^2 \cdot \frac{1}{1 + \left(\omega RC\right)^2} \tag{17.3}$$

Ker je enačba (17.3) frekvenčno odvisna, moramo za vsako frekvenco oziroma frekvenčni pas širine *df* izračunati svoj prispevek in jih sešteti. Zato moramo tudi šumno napetost upora zapisati za vsak frekvenčni interval *df* posebej.

$$dU_{NR}^2 = 4kTRdf \tag{17.4}$$

Vstavimo (17.4) v (17.3) in seštejemo prispevke šumnih napetosti za vse frekvenčne intervale *df* – integriramo po frekvenci.

$$dU_N^2 = dU_{NR}^2 \cdot \frac{1}{1 + (\omega RC)^2} = \frac{4kTRdf}{1 + (2\pi f RC)^2} \tag{17.5}$$

$$U_N^2 = 4kTR \cdot \int_0^\infty \frac{df}{1 + (2\pi f RC)^2} = 4kTR \cdot \frac{1}{2\pi RC} \cdot \int_0^\infty \frac{d(2\pi f RC)}{1 + (2\pi f RC)^2} \tag{17.6}$$

$$U_N^2 = \frac{2kT}{\pi C} \cdot \operatorname{arctg}\left(2\pi f RC\right)\Big|_0^\infty = \frac{2kT}{\pi C} \cdot \frac{\pi}{2} \tag{17.7}$$

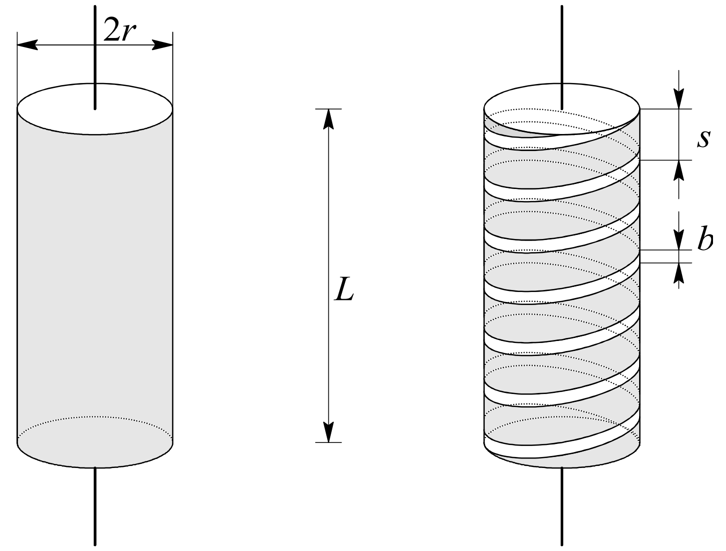
$$U_N^2 = \frac{kT}{C} \tag{17.8}$$

$$U_N = \sqrt{\frac{kT}{C}} \tag{17.9}$$

Naloga 18

Izpeljite izraz za upornost rezkanega cilindričnega upora! Na osnovi rezultata izračunajte potrebni korak s za izdelavo upora z upornostjo $R = 100\ \text{k}\Omega$. Upornost nerezkanega upora je $R_N = 1\ \text{k}\Omega$. Rezkanje naredi na uporu zarezo široko $b = 0{,}1$ mm.

$L = 10$ mm $2r = 4$ mm



Slika 18.1 – Dimenzije nerezkanega in rezkanega plastnega upora

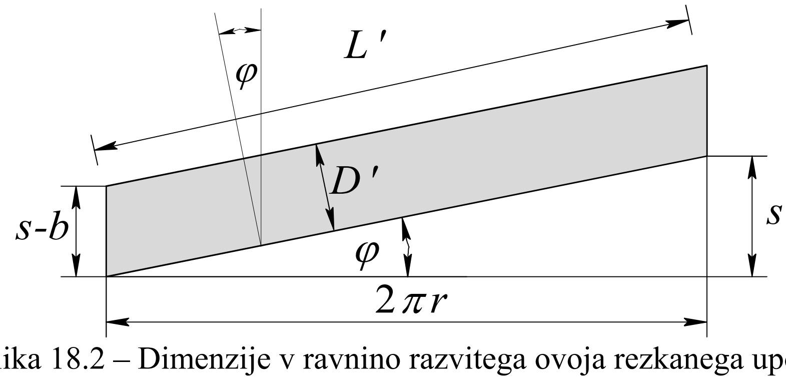
Rešitev:

Plastno upornost uporovnega sloja izračunamo iz upornosti nerezkanega upora R_N, ki je:

$$R_N = R_{\text{sh}} \frac{L}{D} = R_{\text{sh}} \frac{L}{2\pi r} \tag{18.1}$$

$$R_{\text{sh}} = R_N \frac{2\pi r}{L} \tag{18.2}$$

Zaradi rezkanja je uporovna proga med priključkoma spremenjena v vijačnico. En ovoj te vijačnice je prikazan na sliki 18.2. Pri izračunu upornosti je potrebno upoštevati, da je takih ovojev mnogo, in le pri končnih dveh, bi morali upoštevati spremenjene razmere zaradi poševno zaključene uporovne proge, kar pa lahko brez večje napake zanemarimo.



Slika 18.2 – Dimenzije v ravnino razvitega ovoja rezkanega upora

Upornost ovoja rezkanega upora določimo na podlagi dimenzij, ki jih kaže slika 18.2. Upoštevati moramo spremembo dolžine in širine uporovne proge zaradi dvižnega kota φ:

$$L' = \frac{2\pi r}{\cos\varphi} \tag{18.3}$$

$$D' = (s-b)\cos\varphi \tag{18.4}$$

$$\mathrm{tg}\,\varphi = \frac{s}{2\pi r} \tag{18.5}$$

$$N = \frac{L}{s} \tag{18.6}$$

N je število ovojev na plašču valjastega uporovnega telesa. Z upoštevanjem izrazov (18.3) do (18.6) dobimo upornost:

$$R = NR_{sh}\frac{L'}{D'} = \frac{L}{s}\cdot R_N\frac{2\pi r}{L}\cdot\frac{2\pi r}{\cos\varphi}\cdot\frac{1}{(s-b)\cos\varphi} = \frac{R_N(2\pi r)^2}{s(s-b)\cos^2\varphi} \tag{18.7}$$

Kvadrat kosinusa kota lahko na enostaven način izrazimo s kvadratom tangensa, kot je razvidno iz spodnje trigonometrične zveze

$$\frac{1}{\cos^2\varphi} = \frac{\sin^2\varphi+\cos^2\varphi}{\cos^2\varphi} = \mathrm{tg}^2\varphi+1 = \left(\frac{s}{2\pi r}\right)^2+1 \tag{18.8}$$

Z upoštevanjem gornjega dobi izraz za upornost (18.7) naslednjo obliko

$$R = \frac{R_N(2\pi r)^2}{s(s-b)}\left(\frac{s^2}{(2\pi r)^2}+1\right) = \frac{R_N\left(s^2+(2\pi r)^2\right)}{s(s-b)} \tag{18.9}$$

Iskani korak rezkanja s izračunamo iz kvadratne enačbe, ki jo izpeljemo iz gornjega izraza

$$\left(\frac{R}{R_N}-1\right)s^2 - \frac{R}{R_N}b\cdot s - (2\pi r)^2 = 0 \tag{18.10}$$

$$s = \frac{\frac{R}{R_N}b \pm \sqrt{\left(\frac{R}{R_N}b\right)^2 + 4\left(\frac{R}{R_N}-1\right)(2\pi r)^2}}{2\left(\frac{R}{R_N}-1\right)} \tag{18.11}$$

Dane podatke vstavimo in izračunamo korak s, pri čemer je smiselna le pozitivna rešitev, zato v gornjem izrazu upoštevamo znak plus.

$$s = \frac{10+\sqrt{100+4\cdot 99\cdot 16\cdot\pi^2}}{2\cdot 99}\ \mathrm{mm} = \underline{1{,}314\ \mathrm{mm}} \tag{18.12}$$

Naloga 19

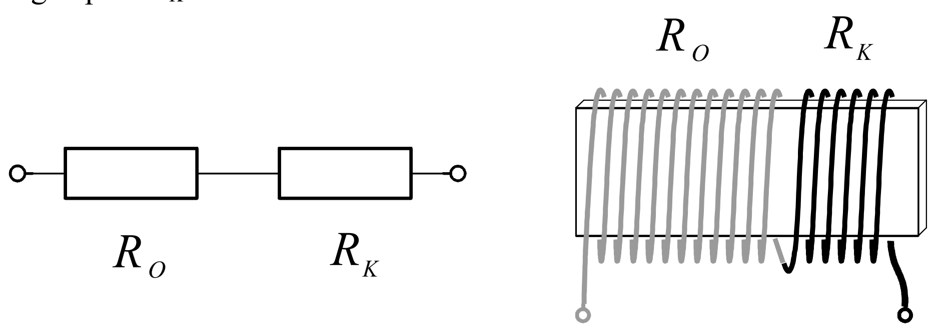
Določite pogoj za temperaturno kompenzacijo žičnega upora in dimenzionirajte tak upor z upornostjo 1 kΩ iz žic manganina in konstantana s presekom A = 0,01 mm^2!

Tabela 19.1 – Specifična upornost in temperaturni koeficient materialov

Material	ρ [Ωmm^2/m]	TK_R [ppm/°C]
manganin	0,5	+20
konstantan	0,5	-5

Rešitev:

Temperaturno kompenzirani upor je sestavljen iz zaporedno vezanega osnovnega R_O in kompenzacijskega upora R_K.



Slika 19.1 – Temperaturno kompenzirani žični upor

Temperaturna odvisnost upornosti ob upoštevanju linearnega temperaturnega koeficienta upornosti podaja enačba:

$$R(T) = R(T_0)(1 + TK_R \Delta T) \tag{19.1}$$

Za kompenziran upor napišemo enako enačbo za vsak del posebej in upornosti seštejemo

$$\begin{aligned} R(T) &= R_O(T) + R_K(T) = \\ &= R_O(T_0)\left[1 + TK_{R_O}\Delta T\right] + R_K(T_0)\left[1 + TK_{R_K}\Delta T\right] = \\ &= R_O(T_0) + R_K(T_0) + \left[R_O(T_0)\,TK_{R_O} + R_K(T_0)\,TK_{R_K}\right]\Delta T \end{aligned} \tag{19.2}$$

Ker kompenziramo upornost za širše področje s konstantnima TK_R, mora biti vrednost izraza znotraj oglatega oklepaja v (19.2) enaka 0.

$$R_O\,TK_{R_O} + R_K\,TK_{R_K} = 0 \tag{19.3}$$

Od tod dobimo potrebni pogoj za razmerje posameznih upornosti

$$\frac{R_O}{R_K} = -\frac{TK_{R_K}}{TK_{R_O}} \tag{19.4}$$

Iz enačbe (19.4) je moč enostavno ugotoviti, da morata imeti uporabljena uporovna materiala temperaturna koeficienta nasprotnih predznakov, saj je leva stran enačbe vedno pozitivna. Osnovni material je tisti, ki ga je več in ima po absolutni vrednosti manjši TK_R, torej konstantan.

$$R = R_O + R_K = \left(1 - \frac{TK_{R_K}}{TK_{R_O}}\right) R_K \tag{19.5}$$

$$R_K = \frac{R}{\left(1 - \frac{TK_{R_K}}{TK_{R_O}}\right)} = \frac{1000\ \Omega}{1 - \frac{20}{(-5)}} = \frac{1000\ \Omega}{5} = \underline{200\ \Omega} \tag{19.6}$$

$$R_O = R - R_K = \underline{800\ \Omega} \tag{19.7}$$

Dolžini žic za izdelavo takega upora sta:

$$l_O = \frac{AR_O}{\rho_o} = \frac{0,01\ \text{mm}^2\, 800\ \Omega}{0,5\ \Omega\text{mm}^2/\text{m}} = \underline{16\ \text{m}}\ \ \text{(konstantan)} \tag{19.8}$$

$$l_K = \frac{AR_K}{\rho_K} = \frac{0,01\ \text{mm}^2\, 200\ \Omega}{0,5\Omega\ \text{mm}^2/\text{m}} = \underline{4\ \text{m}}\ \ \text{(manganin)} \tag{19.9}$$

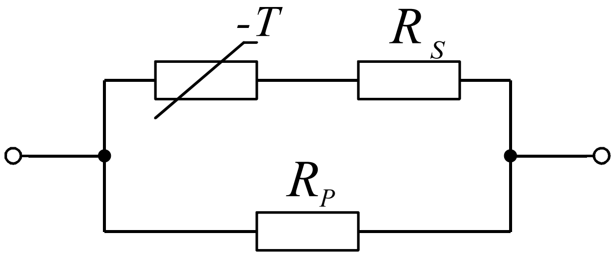
3. POGLAVJE

NELINEARNI UPORI

Naloga 20

Določite paralelno upornost R_P in serijsko upornost R_S v termistorskem vezju (slika 20.1) tako, da bo upornost tega dvopola pri temperaturi $T = 20°C$ znašala 100 Ω, pri $T = 80°C$ pa 50 Ω. Termistor v vezju ima hladno upornost R_{20} = 150 Ω in materialno konstanto B = 2500 K. Koliko znaša upornost prilagojenega termistorskega vezja na sredi danega temperaturnega intervala?

$R_{20} = 150\ \Omega$ $\quad B = 2500\ \text{K}$ $\quad R(20°\text{C}) = 100\ \Omega$ $\quad R(80°\text{C}) = 50\ \Omega$



Slika 20.1 – Vezje za prilagoditev temperaturnega poteka upornosti

Rešitev:

Najprej izračunajmo upornost samega termistorja v drugi temperaturni točki, oz. pri $T = 80°C$. Iz osnovne enačbe za upornost termistorja izračunamo konstanto termistorja A, nato pa izrazimo upornost pri poljubni temperaturi.

$$R_T(T) = Ae^{\frac{B}{T}} \tag{20.1}$$

$$R_{20} = Ae^{\frac{B}{T_{20}}} \Rightarrow A = R_{20}e^{-\frac{B}{T_{20}}} \Rightarrow R_T(T) = R_{20}e^{B\left(\frac{1}{T}-\frac{1}{T_{20}}\right)} \tag{20.2}$$

V gornjem izrazu pomeni T_{20} temperaturo 20°C izraženo v K.

$$R_{T_{80}} = R_T(T_{80}) = 150\ \Omega\cdot e^{2500\ \text{K}\left(\frac{1}{353\ \text{K}}-\frac{1}{293\ \text{K}}\right)} = 35{,}2\ \Omega \tag{20.3}$$

Skupno upornost izrazimo pri zahtevanih temperaturah, zaradi paralelne vezave računamo raje s prevodnostmi:

$$\frac{1}{R(80)} = \frac{1}{R_P} + \frac{1}{R_{T_{80}} + R_S} \tag{20.4}$$

$$\frac{1}{R(20)} = \frac{1}{R_P} + \frac{1}{R_{T_{20}} + R_S} \tag{20.5}$$

V gornjem sistemu (20.4), (20.5) enačb sta neznanki upornosti R_P in R_S. Iz sistema enačb izločimo R_P s tem, da enačbi med seboj odštejemo:

$$\frac{1}{R(80)} - \frac{1}{R(20)} = \Delta G = \frac{1}{R_{T_{80}} + R_S} - \frac{1}{R_{T_{20}} + R_S} \tag{20.6}$$

$$\Delta G\left(R_{T_{80}}+R_S\right)\left(R_{T_{20}}+R_S\right)=R_{T_{20}}-R_{T_{80}} \tag{20.7}$$

$$R_S^2+\left(R_{T_{80}}+R_{T_{20}}\right)R_S+R_{T_{20}}R_{T_{80}}+\frac{R_{T_{80}}-R_{T_{20}}}{\Delta G}=0 \tag{20.8}$$

V gornjo kvadratno enačbo vstavimo številčne vrednosti in izračunamo iskano vrednost R_S. Upoštevamo pozitivni koren, ki je fizikalno smiseln. Dobljeno rešitev vstavimo v eno izmed obeh enačb (20.4), (20.5) in izračunamo še neznano upornost R_P.

$$R_S^2+185{,}2\ \Omega\cdot R_S-6200\ \Omega^2=0 \tag{20.9}$$

$$R_S=\frac{-185{,}2\ \Omega+\sqrt{\left(185{,}2\ \Omega\right)^2+4\cdot 6200\ \Omega^2}}{2}=28{,}97\ \Omega\cong \underline{29\ \Omega} \tag{20.10}$$

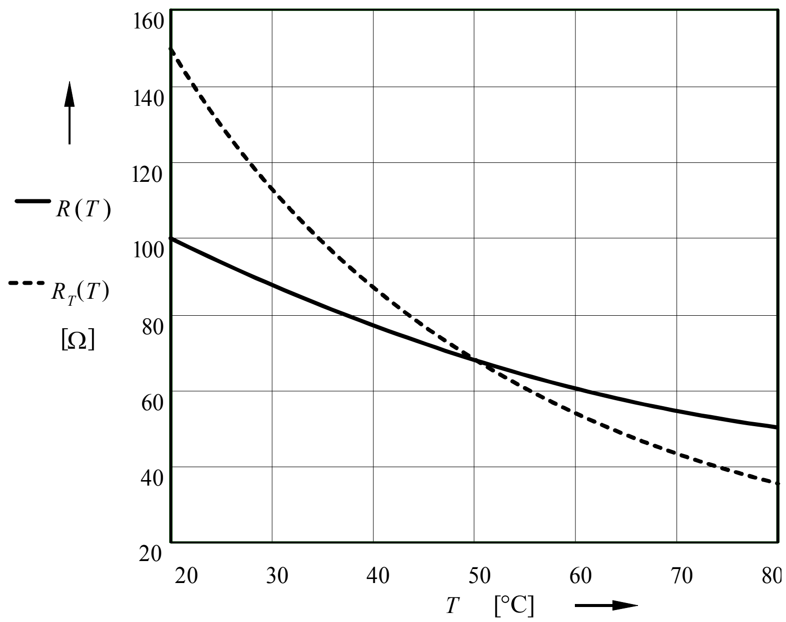
$$R_P=\left(\frac{1}{R\left(20°\mathrm{C}\right)}-\frac{1}{R_{T_{20}}+R_s}\right)^{-1}=\underline{226{,}6\ \Omega} \tag{20.11}$$

Sredina temperaturnega intervala je 50°C. Upornost samega termistorja pri tej temperaturi izračunamo po enačbi (20.2) (temperatura je absolutna v kelvinih!), nato pa izračunamo skupno upornost dvopola:

$$R_T\left(50°\mathrm{C}\right)=67{,}9\ \Omega \tag{20.12}$$

$$R\left(50°\mathrm{C}\right)=\left(\frac{1}{R_P}+\frac{1}{R_{T_{50}}+R_S}\right)^{-1}=\underline{67{,}67\ \Omega} \tag{20.13}$$

Temperaturni odvisnosti termistorjeve upornosti in termistorskega vezja z izračunanimi vrednostmi uporov sta prikazni na sliki 20.2.

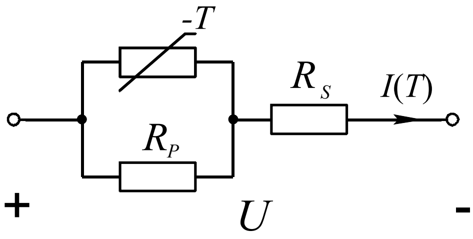


Slika 20.2 – Temperaturna karakteristika termistorja $R_T(T)$ in dvopola $R(T)$

Naloga 21

Nalogo iz prejšnje naloge rešite z alternativnim vezjem (slika 21.1). Določite tudi temperaturni potek toka $I(T)$ skozi termistorsko vezje pri konstantni napetosti $U = 1$ V in ga narišite.

$U = 1\ \text{V}$ $\qquad R(20°\text{C}) = 100\ \Omega \quad R(80°\text{C}) = 50\ \Omega$



Slika 21.1 – Termistorsko vezje za prilagoditev temperaturne karakteristike

Rešitev:

Za upornost termistorja pri $T = 80°\text{C}$ upoštevamo delni rezultat naloge 20: $R_T(80°\text{C}) = 35{,}2\ \Omega$. Skupno upornost termistorskega vezja izrazimo pri dveh temperaturah in iz sistema enačb (21.1), (21.2) izračunamo R_P in nato še R_S.

$$R(20) = R_S + \left(\frac{1}{R_P} + \frac{1}{R_{T_{20}}}\right)^{-1} \tag{21.1}$$

$$R(80) = R_S + \left(\frac{1}{R_P} + \frac{1}{R_{T_{80}}}\right)^{-1} \tag{21.2}$$

$$R(20) - R(80) = \Delta R = \left(\frac{1}{R_P} + \frac{1}{R_{T_{20}}}\right)^{-1} - \left(\frac{1}{R_P} + \frac{1}{R_{T_{80}}}\right)^{-1} \tag{21.3}$$

Enačbo (21.3) krajše zapišemo s prevodnostmi

$$\frac{1}{R_P} = G_P \text{ in } \frac{1}{R_T} = G_T \tag{21.4}$$

dobimo

$$\Delta R\left(G_P + G_{T_{20}}\right)\left(G_P + G_{T_{80}}\right) = \left(G_P + G_{T_{80}}\right) - \left(G_P + G_{T_{20}}\right) \tag{21.5}$$

$$G_P^2 + \left(G_{T_{20}} + G_{T_{80}}\right)G_P + G_{T_{20}}G_{T_{80}} + \frac{G_{T_{20}} - G_{T_{80}}}{\Delta R} = 0 \tag{21.6}$$

$$G_P^2 + 3{,}5 \cdot 10^{-2}\ \text{S} \cdot G_P - 2{,}45 \cdot 10^{-4}\ \text{S}^2 = 0 \tag{21.7}$$

$$G_P = 5.98\ \text{mS} \quad \text{ali} \quad R_P = \underline{167{,}2\ \Omega} \tag{21.8}$$

Gornji rezultat vstavimo še v enačbo (21.1) in izračunamo upornost R_S

$$R_S = R(20) - \left(\frac{1}{R_P} + \frac{1}{R_{T_{20}}}\right)^{-1} = \\ = 100\Omega - \left(\frac{1}{167{,}2\,\Omega} + \frac{1}{150\,\Omega}\right)^{-1} = \underline{20{,}93\ \Omega} \tag{21.9}$$

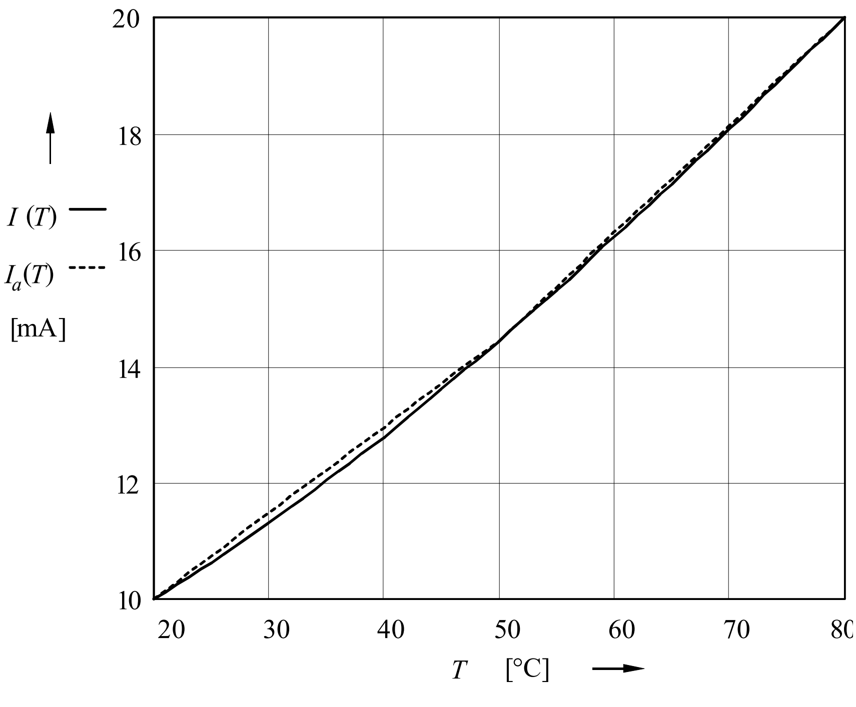
Tok preko termistorskega vezja je določen z izrazom:

$$I(T) = \frac{U}{R(T)} = \frac{1\,\mathrm{V}}{R(T)} \tag{21.10}$$

Ker je upornost na mejah temperaturnega intervala določena (100 Ω in 50 Ω), saj smo potek celotne upornosti prilagodili tema vrednostima, izračunamo le še upornost in tok na sredini intervala in upoštevamo upornost termistorja, ki smo ga že izračunali v prejšnji nalogi (20.12)

$$R(50°\mathrm{C}) = 20{,}9\,\Omega + \left(\frac{1}{167{,}2\,\Omega} + \frac{1}{67{,}9\,\Omega}\right)^{-1} = 69{,}2\,\Omega \tag{21.11}$$

$$I(20°\mathrm{C}) = 10\ \mathrm{mA},\ \ I(50°\mathrm{C}) = 14{,}4\ \mathrm{mA},\ \ I(80°\mathrm{C}) = 20\ \mathrm{mA} \tag{21.12}$$



Slika 21.2 – Odvisnost toka od temperature $I(T)$ in približni potek $I_a(T)$
(linearna interpolacija med mejama in sredino intervala)

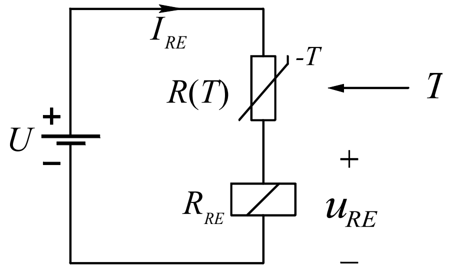
Iz gornje slike lahko ugotovimo, da je tok skozi termistorsko vezje skoraj linearno sorazmeren s temperaturo na obravnavanem območju. Tako vezje lahko uporabimo za izdelavo termometra, če vežemo zaporedno še instrument za merjenje toka, npr. instrument z vrtljivo tuljavo. Upornost samega instrumenta lahko upoštevamo tako, da zmanjšamo R_S za vrednost notranje upornosti. Pri vezju iz naloge 20 (slika 20.1) je upoštevanje te upornosti nekoliko težje, čeprav potek toka manj odstopa od linearne odvisnosti.

Naloga 22

Kolikšna mora biti nazivna upornost hladnega NTC termistorja R_{25}, da rele v vezju (slika 22.1) preklopi pri temperaturi termistorja $T_P = 80°C$? Materialna konstanta termistorja je $B = 4200$ K. Izračunajte tudi maksimalno in minimalno temperaturo preklopa (T_{max}, T_{min}) z upoštevanjem tolerance upornosti hladnega termistorja $\Delta R_{25}/R_{25} = \pm 10$ % in vrednosti R_{25}, ki jo izberete iz lestvice E6. Upornost navitja releja je $R_{RE} = 200\ \Omega$, minimalna pritezna napetost pa je $U_{min} = 8{,}5$ V.

$B = 4200\text{ K}$ $\quad\Delta R_{25}/R_{25} = \pm 10\ \%$ $\quad T_P = 80°\text{C}$

$R_{RE} = 200\ \Omega$ $\quad U_{min} = 8{,}5\text{ V}$ $\quad U = 15\text{ V}$



Slika 22.1 – Shema preprostega temperaturnega stikala z relejem in termistorjem

Rešitev:

Termistorjeva upornost se z rastočo temperaturo niža, zato se napetost na releju viša. Potrebno upornost termistorja pri temperaturi preklopa T_P izračunamo s pomočjo izraza za napetost na navitju releja:

$$u_{RE} = U \frac{R_{RE}}{R_{RE} + R(T)} \tag{22.1}$$

$$R(T_P) = R_{RE} \frac{U - U_{min}}{U_{min}} = 200\ \Omega \frac{15\text{ V} - 8{,}5\text{ V}}{8{,}5\text{ V}} = 153\ \Omega \tag{22.2}$$

Upornost termistorja je matematično podana z dimenzijsko konstanto A in z materialno konstanto B, medtem ko proizvajalci podajajo v katalogih nazivno upornost, oz. upornost hladnega termistorja. Ta je ponavadi podana pri temperaturi 25°C (R_{25}), včasih tudi pri 20°C (R_{20}). Zato uporabimo enačbo:

$$R(T_P) = R_{25} \cdot e^{B\left(\frac{1}{T_P} - \frac{1}{T_{25}}\right)} \tag{22.3}$$

$$\begin{aligned} R_{25} &= R(T_P) \cdot e^{-B\left(\frac{1}{T_P} - \frac{1}{T_{25}}\right)} = \\ &= 153\ \Omega \cdot e^{\left(\frac{4200\text{ K}}{273\text{ K} + 25\text{ K}} - \frac{4200\text{ K}}{273\text{ K} + 80\text{ K}}\right)} = 1375\ \Omega \end{aligned} \tag{22.4}$$

Ker zgoraj izračunane vrednosti R_{25} ni v lestvici E6 (100, 150, 220, 330, 470, 680), izberemo njej najbližjo vrednost, ki je 1500 Ω. Novo temperaturo preklopa T_P, ki upošteva dejansko upornost termistorja, moramo ponovno izračunati iz enačbe (22.3):

$$\frac{R(T_P)}{R_{25}} = e^{B\left(\frac{1}{T_P}-\frac{1}{T_{25}}\right)} \tag{22.5}$$

$$\frac{1}{T_P} - \frac{1}{T_{25}} = \frac{1}{B}\ln\frac{R(T_P)}{R_{25}} \tag{22.6}$$

$$\begin{aligned} T_P &= \left(\frac{1}{T_{25}} + \frac{1}{B}\ln\frac{R(T_P)}{R_{25}}\right)^{-1} = \\ &= \left(\frac{1}{273\ \mathrm{K} + 25\ \mathrm{K}} + \frac{1}{4200\ \mathrm{K}}\ln\frac{153\ \Omega}{1500\ \Omega}\right)^{-1} = \underline{82,6°\mathrm{C}} \end{aligned} \tag{22.7}$$

Izračun minimalne in maksimalne temperature preklopa zaradi tolerance upornosti hladnega termistorja izpeljemo iz gornje enačbe ali iz implicitnega zapisa (22.3). Izračun občutljivosti iz implicitne enačbe je zanimiv tudi pri številnih drugih primerih, zato je tu podana ta varianta. Temperaturo preklopa opazujemo kot funkcijo upornosti hladnega termistorja.

$$T_P = f\left(R_{25}\right) \tag{22.8}$$

Enačbo (22.3) najprej logaritmiramo, za tem pa jo odvajamo glede na R_{25}

$$\ln R_{25} + B\left(\frac{1}{T_P} - \frac{1}{T_{25}}\right) = \ln R_P \tag{22.9}$$

$$\frac{1}{R_{25}} - \frac{B}{T_P^2}\frac{dT_P}{dR_{25}} = \frac{1}{R_P}\frac{dR_P}{dR_{25}} \tag{22.10}$$

Desna stran enačbe (22.10) je enaka nič, saj rele preklopi vedno pri isti vrednosti R_P, zato iz nje lahko izračunamo iskano občutljivost:

$$\frac{dT_P}{dR_{25}} = \frac{T_P^2}{R_{25}B} \tag{22.11}$$

Maksimalno spremembo preklopne temperature ΔT_P dobimo, če toleranco upornosti hladnega termistorja ΔR_{25} pomnožimo z odvodom (22.11) izračunanim pri temperaturi T_P (22.7).

$$\Delta T_P = \frac{dT_P}{dR_{25}}\Delta R_{25} = \frac{T_P^2}{B}\cdot\frac{\Delta R_{25}}{R_{25}} \tag{22.12}$$

$$\Delta T_P = \frac{\left(273\ \mathrm{K} + 82,6\ \mathrm{K}\right)^2}{4200\ \mathrm{K}}\cdot\left(\pm 0,1\right) = \pm 3\ \mathrm{K} \tag{22.13}$$

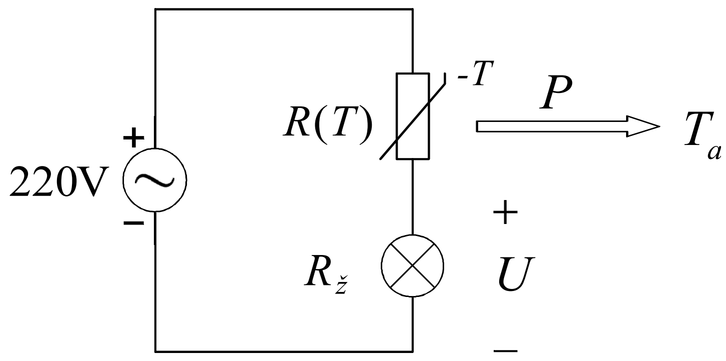
Za gornjo in spodnjo mejno vrednost temperature preklopa dobimo

$$T_{max} = \underline{85,6°\mathrm{C}}\ \text{in} \qquad T_{min} = \underline{79,6°\mathrm{C}}. \tag{22.14}$$

Naloga 23

Določite termistor (R_{25}, B, R_{th}) za zaščito žarnice z žarilno nitko. Upornost hladne žarnice z nazivno močjo 100 W/220 V je 30 Ω. Ko se prehodni pojav ustali, naj bo napetost na žarnici 210 V. Maksimalna dopustna temperatura termistorja je T_{max} = 120°C. Vklopni tok I_V naj bo enak končnemu I_K.

$R_H = 30\ \Omega$	$P_N = 100\ \text{W}$	$U_N = 220\ \text{V}$
$T_a = 25°\text{C}$	$T_{max} = 120°\text{C}$	$U = 210\ \text{V}$



Slika 23.1 – Žarnica z zaščitnim termistorjem

Rešitev:

Ob vklopu sta žarnica in termistor hladna. Napetost na termistorju je zaradi večje upornosti višja kot na žarnici. Zaradi lastnega gretja termistorjeva upornost naglo pada, s tem pa se veča tok skozi žarnico. Vrednost upornosti R_{25} hladnega termistorja izračunamo iz zahteve, da je vklopni tok I_V enak končnemu I_K. Upornost vroče žarnice R_V izračunamo iz moči pri dani nazivni napetosti. Spremembo upornosti žarnice zaradi nekoliko nižje (10 V ≈ 4,5 %) obratovalne napetosti zanemarimo.

$$P_N = \frac{U_N^2}{R_V} \Rightarrow R_V = \frac{U_N^2}{P_N} = \frac{220^2\ \text{V}^2}{100\ \text{W}} = 484\ \Omega \tag{23.1}$$

$$I_K = \frac{U}{R_V} = \frac{210\ \text{V}}{484\ \Omega} = 0,433\ \text{A} \tag{23.2}$$

$$I_V = \frac{U_N}{R_H + R_{25}} = I_K \tag{23.3}$$

$$R_{25} = R(25°\text{C}) = \frac{U_N}{U} R_V - R_H = \frac{220\ \text{V}}{210\ \text{V}} 484\ \Omega - 30\ \Omega = \underline{477\ \Omega} \tag{23.4}$$

Upornost vročega termistorja izračunamo iz napetosti na termistorju in končnega toka žarnice:

$$R_T(T_{max}) = \frac{U_N - U}{I_K} = \frac{10\ \text{V}}{0,433\ \text{A}} = 23\ \Omega \tag{23.5}$$

Maksimalno dopustno temperaturo izberemo zato, da bo vrednost konstante B čim manjša in tako v realnih mejah. V kolikor se kasneje izkaže, da lahko izberemo termistor z večjim B, je lahko končna temperatura termistorja tudi nižja.

$$R\left(T_{max}\right) = R_{25} \cdot e^{B\left(\frac{1}{T_{max}} - \frac{1}{T_{25}}\right)} \tag{23.6}$$

$$B = \ln \frac{R\left(T_{max}\right)}{R_{25}} \cdot \left(\frac{1}{T_{max}} - \frac{1}{T_{25}}\right)^{-1} \tag{23.7}$$

$$B = \ln \frac{23\,\Omega}{477\,\Omega} \left(\frac{1}{393\text{ K}} - \frac{1}{298\text{ K}}\right)^{-1} = \underline{3738\text{ K}} \tag{23.8}$$

Obliko in velikost termistorja določimo še s tretjim podatkom, termično upornostjo R_{th} (nekateri proizvajalci v katalogih podajajo raje disipacijsko konstanto K, ki je njena inverzna vrednost).

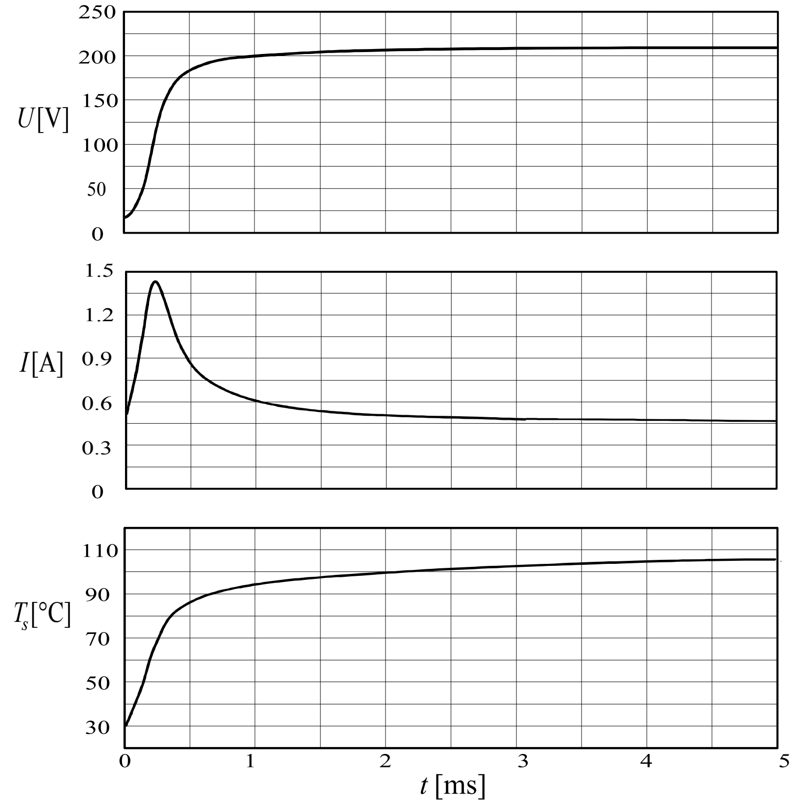
$$T_{max} = T_a + R_{th} P \tag{23.9}$$

$$R_{th} = \frac{T_{max} - T_a}{I_K \Delta U} = \frac{95\,°\text{C}}{0{,}433\text{ A} \cdot 10\text{ V}} = 21{,}94\,°\text{CW}^{-1} \approx \underline{22\,°\text{CW}^{-1}} \tag{23.10}$$

Na podlagi izračunov moramo za omejitev vklopnega toka uporabiti termistor s podatki: R_{25} = 477 Ω, B = 3738 K in R_{th} = 22 K/W.

Ker točno takega termistorja pri proizvajalcih ni moč dobiti, izberemo takega, ki se najbolj ujema z izračunanimi. V katalogih lahko najdemo termistor s podatki:
R_{25} = 470 Ω, B = 4200 K in R_{th} = 20 K/W.

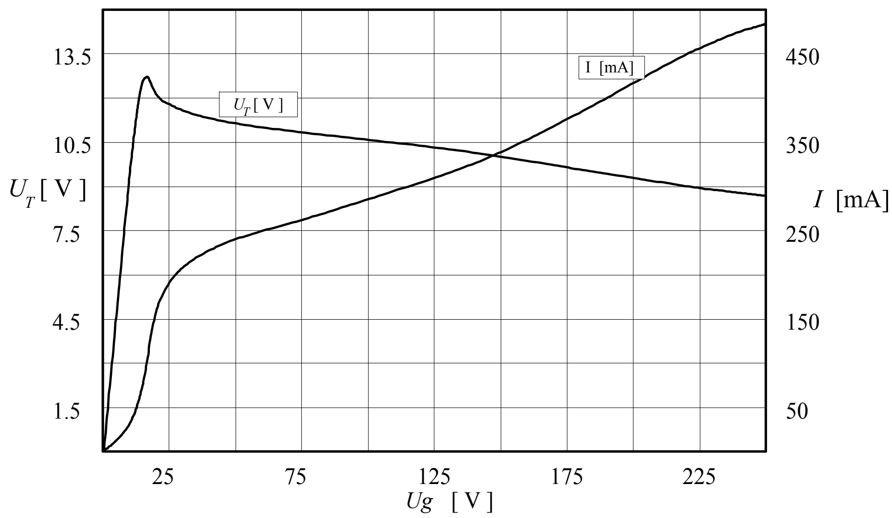
Končnega toka in stacionarne temperature ne moremo eksplicitno izraziti z algebraičnimi izrazi. Rešitev lahko poiščemo z numerično simulacijo vezja s programskim paketom Spice. Stacionarno stanje pri tranzientni analizi za zgoraj izbrane parametre termistorja je:
T_T = 109,4°C, I_K = 0,435 A in U = 210,8 V.



Slika 23.2 – Prehodni pojav pri vklopu žarnice in termistorja na enosmerno napetost 220 V, izračunan s SPICE

Potek prehodnega pojava je podan na sliki 23.2. Prikazani so poteki napetosti na žarnici, toka skozi termistor in žarnico ter temperature termistorja. Izmenični generator mrežne napetosti smo zaradi poenostavitve zamenjali z enosmernim, ki ga vklopimo ob času $t = 0$.

Porazdelitev napetosti med termistor in žarnico pri različnih vrednostih napetosti generatorja je prikazana na sliki 23.3. Diagram kaže rezultate enosmerne analize, z upoštevanjem temperaturnih odvisnosti žarnice in termistorja.

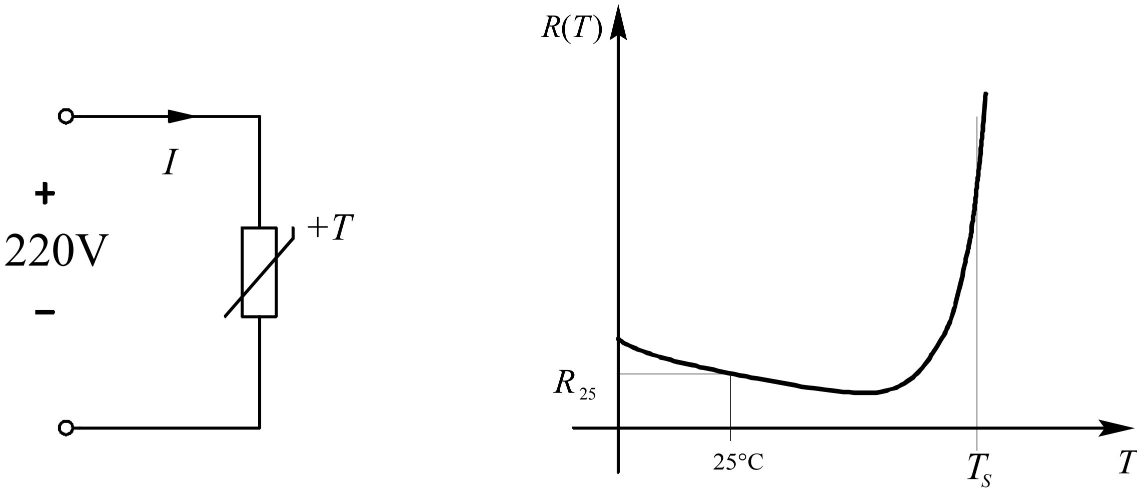


Slika 23.3 – Napetost termistorja in tok žarnice (sl. 23.1) v stacionarnem stanju v odvisnosti od napetosti generatorja

Naloga 24

PTC-termistor priklopimo na omrežno napetost. Kolikšna sta začetni in trajni tok (I_Z in I) termistorja? Kolikšna je končna moč na termistorju? Termistor ima na začetku sobno temperaturo (25°C), kasneje pa se temperatura okoliškega zraka segreje na 35°C. Skicirajte tudi načelni časovni potek moči na termistorju.

$R_{25} = 40\ \Omega$	$T_S = 75°\text{C}$	$R_{th} = 75°\text{C/W}$
$T_0 = 25°\text{C}$	$T_a = 35°\text{C}$	$U = 220\ \text{V}$



Slika 24.1 – Karakteristika PTC – termistorja

Rešitev:

PTC termistorji se pri temperaturah pod T_S obnašajo kot navadni termistorji z negativnim TK_R. Zaradi nizke upornosti se na njem troši velika moč. Zato se termistor hitro segreje do temperature T_S. V okolici preklopne temperature njegova upornost s temperaturo naglo raste in s tem se znižuje tok in tudi moč na termistorju. V stacionarnem stanju, ki se vzpostavi po določenem času, se izenačita dovajana električna moč, ter odvajani toplotni tok. Zaradi velike strmine dR/dT v okolici temperature T_S računamo, da je stacionarna temperatura termistorja kar T_S. Napaka, povzročena s to poenostavitvijo, je v velikostnem razredu tolerance preklopne temperature T_S (≈±5 %).
Začetni tok I_Z je dan z izrazom:

$$I_Z = \frac{U}{R_{25}} = \frac{220\ \text{V}}{40\ \Omega} = 5{,}5\ \text{A} \tag{24.1}$$

Začetna električna moč P_Z, s katero se greje PTC termistor, je tedaj:

$$P_Z = I_Z U = 220\ \text{V} \cdot 5{,}5\ \text{A} = 1210\ \text{W} \tag{24.2}$$

Ta moč bi seveda zadoščala za hitro ogretje termistorja nad temperaturo T_S, v kolikor njegova upornost ne bi močno narasla. Iz ravnovesja moči sledi:

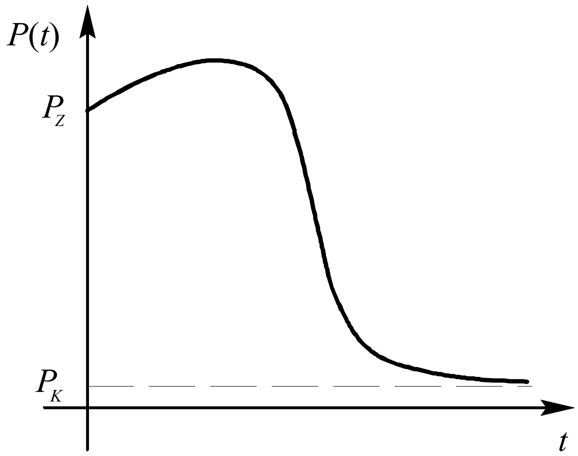
$$P = U \cdot I_K = \frac{\Delta T}{R_{th}} = \frac{T_S - T_a}{R_{th}} \tag{24.3}$$

Zaradi oddajane moči (termistorja in drugih porabnikov v napravi) se temperatura okoliškega zraka v napravi poveča na 35°C, kar upoštevamo v spodnjem izračunu:

$$I_K = \frac{T_S - T_a}{R_{th}U} = \frac{75°\text{C} - 35°\text{C}}{75°\text{C/W} \cdot 220\ \text{V}} = \underline{2{,}4\ \text{mA}} \tag{24.4}$$

$$P_K = 220\ \text{V} \cdot 2{,}4\ \text{mA} = \underline{0{,}53\ \text{W}} \tag{24.5}$$

Na sliki 24.2 je podan približni časovni potek moči $P(t)$. Časovno merilo je odvisno od termične časovne konstante τ, ki je določena termično kapaciteto in termično upornostjo R_{th}. Večji elementi z večjo maso imajo in zato večji τ.



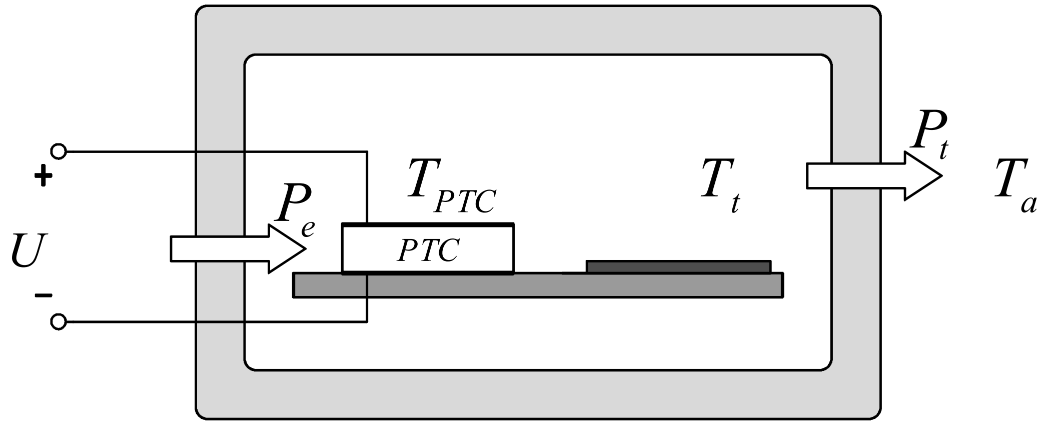
Slika 24.2 – Načelni časovni potek moči PTC-termistorja

Naloga 25

Termostat je sestavljen iz toplotno izoliranega ohišja, ki ga greje PTC termistor, pritrjen na toplotno prevoden substrat. Na tem substratu se nahaja elektronsko vezje, ki ga želimo termostatirati (slika 25.1). Temperaturni koeficient termistorja (R_{25} = 500 Ω, T_S = 70°C) znaša pri temperaturi preklopa 20 %/°C. Izračunajte temperaturo substrata T_t, dovajano električno moč in tok pri napajalni napetosti 48V, če je termična upornost prevodne podlage glede na okolico $R_{th\,ta}$ = 20 K/W! Kolikšni sta občutljivosti temperature T_t glede na napetost U in na temperaturo okolice T_a? Termična upornost med termistorjem in substratom ($R_{th\,pt}$) je 1 K/W.

$R_{25} = 500\ \Omega$ $\quad T_S = 70°C$ $\quad TK_R = 20\ \%/°C$ $\quad U = 48\ V$

$T_a = 25°C$ $\quad R_{th\,ta} = 20\ K/W$ $\quad R_{th\,pt} = 1\ K/W$

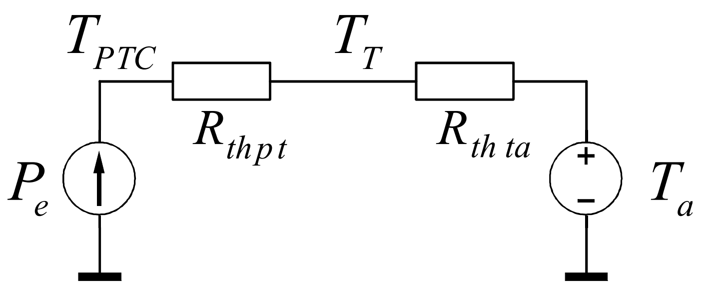


Slika 25.1 – Termostat s PTC-termistorjem

Rešitev:

Zaradi izdatne toplotne izolacije so temperaturni gradienti v notranjosti termostata majhni. Izračun temperature T_t poenostavimo s tem, da zanemarimo majhne spremembe temperature v različnih točkah substrata.

Termostat na sliki 25.1 je ogret na temperaturo T_S PTC grelca, saj nad to temperaturo njegova upornost naglo narašča, s tem pa upada dovajana električna moč. Zaradi dobrega termičnega sklopa med grelcem in ogrevano površino je temperaturna razlika relativno majhna, še bolj pa to velja za njeno nihanje zaradi različnih zunanjih vplivov. Na sliki 25.2 je narisano poenostavljeno ekvivalentno termično nadomestno vezje za stacionarno stanje.



Slika 25.2 – Termično nadomestno vezje termostata

Poenostavitve, ki jih gornja shema ne zajema ne vplivajo bistveno na izračun občutljivosti in električne obratovalne parametre termostata. Električna moč P_e se pretvarja na termistorju v toplotno P_T, ki teče preko prevodne kovinske plošče v notranjosti termostata in preko izoliranih sten v okolico s temperaturo T_a. Zaradi lastnosti termistorja predpostavimo, da je njegova temperatura, kar enaka temperaturi T_S.

$$P_e = \frac{\Delta T}{R_{th}} = \frac{T_s - T_a}{R_{thpt} + R_{thta}} = \frac{70°\text{C} - 25°\text{C}}{1°\text{C/W}+20°\text{C/W}} = 2{,}14\ \text{W} \tag{25.1}$$

$$I = \frac{P_e}{U} = \frac{2{,}14\ \text{W}}{48\ \text{V}} = 44{,}6\ \text{mA} \tag{25.2}$$

$$R_{PTC} = \frac{U^2}{P_e} = \frac{(48\ \text{V})^2}{2{,}14\ \text{W}} = 1076{,}6\ \Omega \tag{25.3}$$

Temperaturo termostata T_t izračunamo na podlagi temperaturne razlike na termični upornosti $R_{th\ pt}$

$$T_t = T_S - P_e R_{th\ ta} = 70°\text{C} - 2{,}14\ \text{W} \cdot 1°\text{C/W}=67{,}9°\text{C} \tag{25.4}$$

Temperaturna razlika med termistorjem in termostatiranim področjem je zelo majhna, posebej še ob upoštevanju tolerance temperature T_S in upornosti R_{25}. Bolj kot absolutna vrednost temperature je pomembna njena stabilnost. Zaradi majhne in skoraj konstantne temperaturne razlike med PTC-termistorjem in T_t izračunamo le občutljivost temperature termistorja T kot funkcijo dveh spremenljivk:

$$T = T(U, T_a) \tag{25.5}$$

Občutljivost glede na temperaturo okolice T_a in napajalno napetost U predstavljata parcialna odvoda gornje funkcije glede na navedeni neodvisni spremenljivki, s katerima je določen totalni diferencial $dT(U,T\text{a})$.

$$dT = \frac{\partial T}{\partial U} dU + \frac{\partial T}{\partial T_a} dT_a \quad \text{od tod} \quad S_U^T = \frac{\partial T}{\partial U} \quad \text{in} \quad S_{T_a}^T = \frac{\partial T}{\partial T_a} \tag{25.6}$$

Eksplicitne funkcijske odvisnosti $T(U,T\text{a})$ ne poznamo, niti nimamo analitičnega izraza za $R(T)$ temveč le TK_R v okolici temperature T_S, zato gornji občutljivosti izračunamo iz (25.1), kjer električno moč izrazimo z napetostjo in upornostjo termistorja.

$$\frac{U^2}{R(T)} = \frac{T - T_a}{R_{th}} \tag{25.7}$$

Zaradi enostavnejšega računa gornjo enačbo logaritmiramo nato pa diferenciramo

$$2 \ln U - \ln R(T) = \ln(T - T_a) - \ln R_{th} \tag{25.8}$$

$$2\frac{dU}{U} - \frac{1}{R(T)}\frac{dR}{dT} dT = \frac{1}{T - T_a}(dT - dT_a) \tag{25.9}$$

Upoštevamo definicijo temperaturnega koeficienta upornosti in po preureditvi dobimo izraz za totalni diferencial temperature termistorja dT

$$\left(\frac{1}{T-T_a}+TK_R\right)dT=\frac{2}{U}dU+\frac{1}{T-T_a}dT_a \tag{25.10}$$

$$dT=\frac{2}{U\left(\frac{1}{T-T_a}+TK_R\right)}dU+\frac{1}{1+TK_R\left(T-T_a\right)}dT_a \tag{25.11}$$

Iz (25.6) in (25.11) sledita obe občutljivosti:

$$S_U^T=\frac{\partial T}{\partial U}=\frac{2}{U\left(\frac{1}{T-T_a}+TK_R\right)}=\frac{2}{48\ \text{V}\left(\frac{1}{45°\text{C}}+0,2/°\text{C}\right)}=\underline{0{,}187°\text{C/V}} \tag{25.12}$$

$$S_{T_a}^T=\frac{\partial T}{\partial T_a}=\frac{1}{1+TK_R\cdot\left(T-T_a\right)}=\frac{1}{1+0,2/°C\cdot 45°C}=\underline{0{,}1} \tag{25.13}$$

Naloga 26

Kolikšna sta tok in diferencialna upornost varistorja pri napetosti 50 V? Podatki varistorja so: $U_N = 40$ V, $I_N = 1$ mA in $\alpha = 18$.

Rešitev:

Iz enačbe za tok varistorja in danih podatkov sledi:

$$I=kU^{\alpha} \tag{26.1}$$

$$I_N=kU_N^{\alpha} \tag{26.2}$$

$$\frac{I}{I_N}=\left(\frac{U}{U_N}\right)^{\alpha}\ \Rightarrow\ I=I_N\left(\frac{U}{U_N}\right)^{\alpha} \tag{26.3}$$

$$I\left(50\ \text{V}\right)=1\ \text{mA}\left(\frac{50}{40}\right)^{18}=\underline{55{,}5\ \text{mA}} \tag{26.4}$$

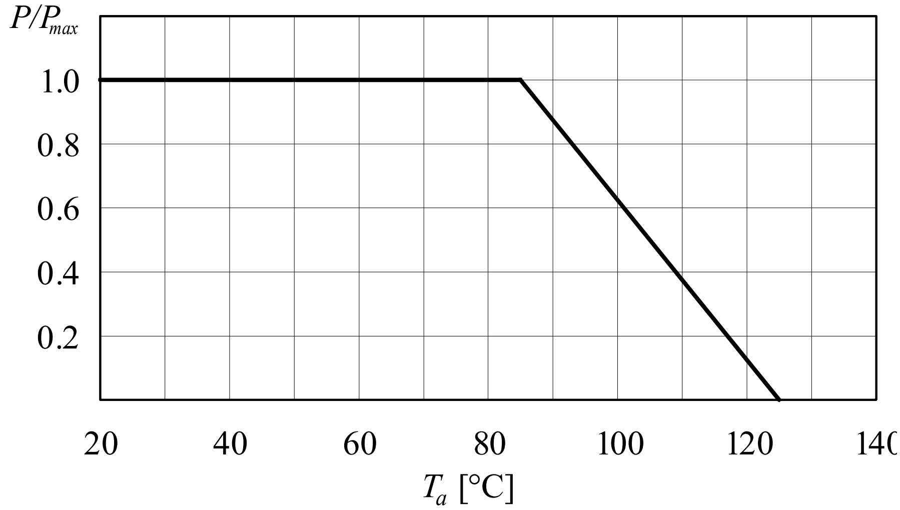
Diferencialno upornost dobimo preko diferencialne prevodnosti, le-to pa z odvajanjem enačbe za tok varistorja (26.1)

$$g=\frac{dI}{dU}=k\alpha U^{\alpha-1}=kU^{\alpha}\frac{\alpha}{U}=\alpha\frac{I}{U} \tag{26.5}$$

$$r=\frac{1}{g}=\frac{U}{\alpha I}=\frac{50\ \text{V}}{18\cdot 55{,}5\cdot 10^{-3}\ \text{A}}=\underline{50\ \Omega} \tag{26.6}$$

Naloga 27

Koliko znaša maksimalna efektivna napetost varistorja iz prejšnje naloge, če je maksimalna dopustna obremenitev varistorja P_{max} = 0,5 W? Temperatura okolice je 30°C.



Slika 27.1 – Dopustna moč varistorja v odvisnosti od temperature okolice

Rešitev:

Zaradi nelinearne karakteristike varistorja je oblika toka močno popačena. Pri napetostih pod U_N je tok zanemarljivo majhen, nad napetostjo U_N pa naglo narašča. Nekaj podobnega velja tudi za trenutno moč varistorja $P(t)$. Zaradi nekoliko lažjega računa uporabimo za napetost kosinusni zapis:

$$u(t) = U_m \cos \omega t \tag{27.1}$$

Časovno odvisnost toka določimo preko enačbe varistorja, ki povezuje tok in napetost

$$i(t) = ku(t)^{\alpha} = k\left(U_m \cos \omega t\right)^{\alpha} = kU_m^{\alpha} \cos^{\alpha} \omega t \tag{27.2}$$

Izgubna moč, ki se troši na varistorju, je enaka povprečni vrednosti produkta trenutnih vrednosti toka in napetosti v eni periodi (27.3).

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T P(t)\,dt = \frac{1}{T}\int_0^T u(t)\,i(t)\,dt \tag{27.3}$$

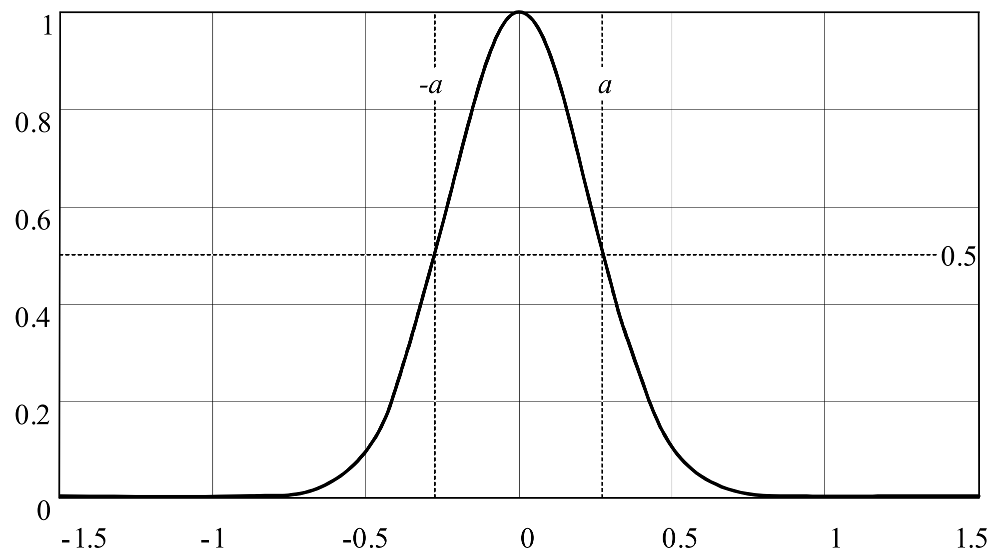
Povprečno moč v (27.3) raje izračunamo z integracijo glede na fazni kot ωt, ker sta tako tok kot tudi napetost podana s kotno funkcijo. Interval integracije premaknemo tako, da sta spodnja in zgornja meja simetrični glede na izhodišče. V (27.3) vstavimo izraza za tok (27.2) in napetost (27.1).

$$P = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} kU_m^{\alpha+1} \cos^{\alpha+1} \omega t\, d\omega t = \frac{kU_m^{\alpha+1}}{\pi}\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos^{\alpha+1} \omega t\, d\omega t \tag{27.4}$$

Koeficient k varistorja lahko izrazimo z nazivno napetostjo U_N in nazivnim tokom I_N (navadno 1 mA, vendar je to lahko odvisno tudi od velikosti varistorja in od posameznega proizvajalca) iz (27.2). Povprečna moč v odvisnosti od amplitude izmenične napetosti je tedaj

$$P = I_N U_N \left(\frac{U_m}{U_N} \right)^{\alpha+1} \frac{1}{\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos^{\alpha+1} \omega t \, d\omega t \tag{27.5}$$

Nedoločeni integral v gornjem izrazu predstavlja zaradi visoke vrednosti eksponenta α +1 težavo, ki pa jo bomo preskočili z izračunom približne vrednosti določenega integrala. Integriranje celoštevilčne potence (ko)sinusne funkcije ne predstavlja bistvene težave, vendar je analitični izraz dolg in zapleten. Za rešitev dane naloge, je treba v izrazu (27.5) poiskati zvezo med P in U_m, določeni integral pa je le faktor, ki je odvisen le od koeficienta nelinearnosti α. Na sliki 27.2 je narisan graf funkcije $\cos^{15}x$. Za višje vrednosti eksponenta α je krivulja podobne oblike, le da je še bolj stisnjena proti ordinatni osi.



Slika 27.2 – Graf funkcije $\cos^{15}x$

Površino lika pod krivuljo lahko aproksimiramo s ploščino pravokotnika, ki ga omejujeta črtkani vertikalni črti, ki sekata funkcijo pri vrednosti 0,5. Polovico osnovnice a za funkcijo $\cos^n x$ izračunamo:

$$0,5 = \cos^n a \Rightarrow \cos a = 2^{-\frac{1}{n}} \Rightarrow a = \arccos\left(2^{-\frac{1}{n}} \right) \tag{27.6}$$

Ker je višina pravokotnika 1, je njegova ploščina kar enaka osnovnici $2a$. Določeni integral funkcije $\cos^n x$ na intervalu [-π/2, π/2] lahko po tem izračunamo s približnim izrazom:

$$\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos^n x \, dx \approx 2a = 2\text{arc}\cos\left(2^{-\frac{1}{n}} \right) \tag{27.7}$$

Povprečna izgubna moč varistorja (27.5) na osnovi (27.7) postane

$$P = I_N U_N \left(\frac{U_m}{U_N} \right)^{\alpha+1} \frac{2}{\pi} \text{arc}\cos\left(2^{-\frac{1}{\alpha+1}} \right) \tag{27.8}$$

Temperatura okolice T_a je nižja od mejne (85°C), nad katero moramo zniževati disipacijo varistorja, kar lahko odčitamo iz odvisnosti podane z diagramom (slika 27.1). Amplitudo maksimalne sinusne napetosti U_m izračunamo iz (27.8)

$$\left(\frac{U_m}{U_N}\right)^{\alpha+1} = \frac{\pi \quad P}{2 I_N U_N \arccos\left(2^{-\frac{1}{\alpha+1}}\right)} \tag{27.9}$$

$$U_m = \left(\frac{\pi \quad P}{2 I_N U_N \arccos\left(2^{-\frac{1}{\alpha+1}}\right)}\right)^{\frac{1}{\alpha+1}} U_N \tag{27.10}$$

$$U_m = \left(\frac{\pi \cdot 0{,}5\ \mathrm{W}}{2 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{A} \cdot 40\ \mathrm{V} \cdot \arccos\left(2^{-\frac{1}{19}}\right)}\right)^{\frac{1}{19}} \cdot 40\ \mathrm{V} = 50{,}1\ \mathrm{V} \tag{27.11}$$

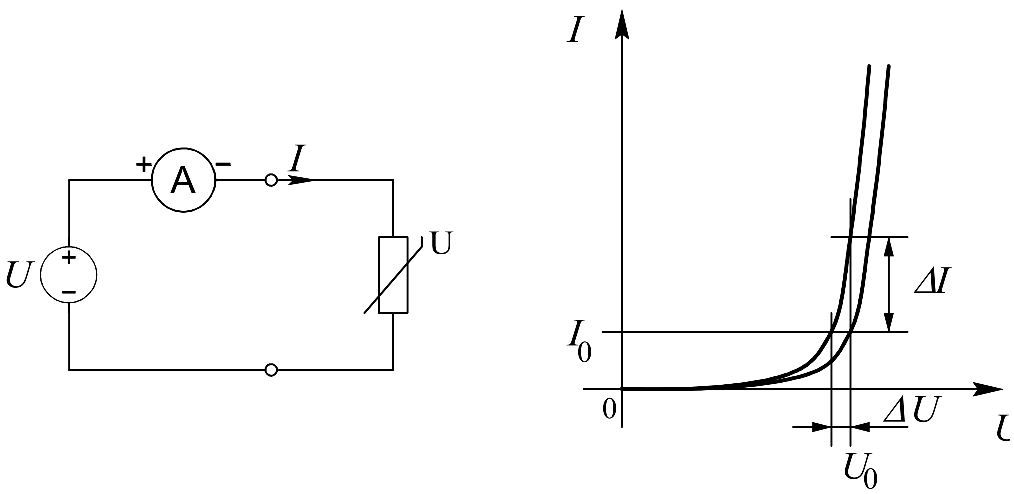
$$U_{ef} = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = 35{,}45\ \mathrm{V} \approx \underline{35{,}5\ \mathrm{V}} \tag{27.12}$$

Napaka, ki smo jo naredili s približnim izračunom določenega integrala (27.5), je približno 5 %, vendar je njen vpliv na končno vrednost U_{ef} popolnoma zanemarljiv in znaša približno 0,25 %, saj znaša toleranca napetosti U_N običajnih varistorjev ±10 %.

Naloga 28

Varistor z nazivno napetostjo $U_N = 100$ V ima temperaturni koeficient napetosti $TK_U = -0{,}1$ %/°C. Tok varistorja pri napetosti 140 V je 0,85 A. Kolikšen je temperaturni koeficient toka TK_I pri konstantni napetosti?

Rešitev:



Slika 28.1 – Vezje za merjenje toka pri konstantni napetosti in karakteristika varistorja pri dveh temperaturah ($T1 < T2$)

Temperaturni koeficient varistorja TK_U izmerimo pri konstantnem toku kot spremembo napetosti ΔU. Oba temperaturna koeficienta sta predvsem posledica spremembe prevodnosti, ki se odraža v konstanti k v (28.1).

$$I = kU^{\alpha} \tag{28.1}$$

Zvezo med obema temperaturnima koeficientoma poiščemo tako, da gornji izraz najprej logaritmiramo, nato pa ga odvajamo po temperaturi T.

$$\ln I = \ln k + \alpha \ln U \tag{28.2}$$

$$\frac{1}{I}\frac{dI}{dT} = \frac{1}{k}\frac{dk}{dT} + \alpha \frac{1}{U}\frac{dU}{dT} \tag{28.3}$$

Pri konstantnem toku je $dI = 0$, zato velja

$$\frac{1}{k}\frac{dk}{dT} = -\alpha \frac{1}{U}\frac{dU}{dT} = -\alpha TK_U \tag{28.4}$$

Kadar je termistor priključen na napetostni generator, je napetost konstantna ($dU = 0$), zato tedaj iz (28.3) ter (28.4) izračunamo temperaturni koeficient toka TK_I.

$$TK_I = \frac{1}{I}\frac{dI}{dT} = \frac{1}{k}\frac{dk}{dT} = -\alpha TK_U \tag{28.5}$$

Koeficient nelinearnosti α izračunamo iz podatkov z upoštevanjem (28.1), ki jo zapišemo za podani vrednosti toka in napetosti ter pri nazivnem toku $I_N = 1$ mA. Enačbi delimo in izračunamo eksponent α:

$$\frac{I}{I_N} = \left(\frac{U}{U_N}\right)^{\alpha} \tag{28.6}$$

$$\alpha = \frac{\ln \frac{I}{I_N}}{\ln \frac{U}{U_N}} = \frac{\ln \frac{850\ \text{mA}}{1\ \text{mA}}}{\ln \frac{140\ \text{V}}{100\ \text{V}}} = \underline{20} \tag{28.7}$$

Iskani temperaturni koeficient pri konstantni napetosti sedaj izračunamo iz (28.5)

$$TK_I = -\alpha TK_U = -20 \cdot \left(-0{,}1\,\%/^\circ\text{C}\right) = \underline{2\ \%/^\circ\text{C}} \tag{28.8}$$

Razmerje med obema temperaturnima koeficientoma je lepo razvidno tudi na sliki 28.1.

Naloga 29

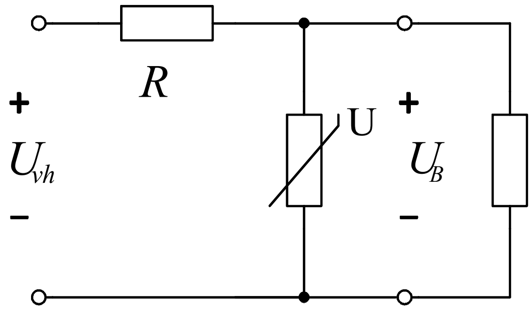
Za prenapetostno zaščitno vezje z ZnO varistorjem (slika 29.1) določite upornost serijskega upora R in nazivno napetost varistorja U_N pri I_N = 1 mA, da bo ustrezalo naslednjim zahtevam:

- napajanje potrošnika (R_B) z močjo P_B = 200 W/220 V
- maksimalna napetost na bremenu $U_{B\,max}$ = 400 V
- trajna izgubna moč serijskega upora P_R = 2 W

Na voljo so ZnO varistorji z indeksom nelinearnosti α = 17, trajno izgubno močjo P_N = 10 W in maksimalno energijo absorpcije enkratnega impulza W_{max} = 1200 J. Nazivno napetost U_N varistorja izračunajte tako, da znaša toplotna obremenitev med normalnim delovanjem 30 % trajne izgubne moči P_N. Kolikšna je maksimalna amplituda napetostnega impulza $U_{vh\,max}$, ki še ne poškoduje porabnika niti varistor? Kolikšna je njegova širina τ?

$W_{max} = 1200$ J $\quad P_N = 10$ W $\quad \alpha = 17$

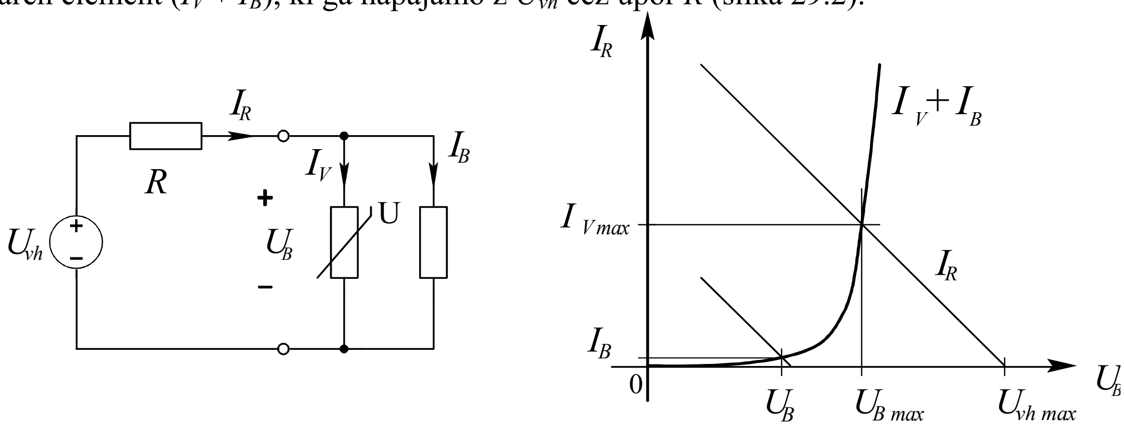
$P_B = 200$ W $\quad U_B = 220$ V $\quad U_{Bmax} = 400$ V $\quad P_R = 2$ W



Slika 29.1 – Zaščitno vezje z varistorjem

Rešitev:

Zaščitno vezje z varistorjem je podobno napetostnemu stabilizatorju z Zenerjevo (prebojno) diodo. Delovanje vezja najlaže opazujemo z modelom, v katerem združimo varistor in breme v en nelinearen element ($I_V + I_B$), ki ga napajamo z U_{vh} čez upor R (slika 29.2).



Slika 29.2 – Model in delovna točka varistorskega stabilizatorja

Bremenski tok I_B med trajnim delovanjem določimo iz nazivne moči bremena.

$$I_B = \frac{P_B}{U_B} = \frac{200\text{W}}{220\text{V}} = 0{,}91\text{A} \tag{29.1}$$

Serijsko upornost R izračunamo iz izgubne moči P_R na uporu med normalnim delovanjem. V tem primeru računamo, da je I_R je kar enak toku I_B, ker je tok varistorja I_V med normalnim delovanjem zanemarljiv v primerjavi z I_B.

$$R = \frac{P_R}{I_R^2} = \frac{P_R}{I_B^2} = \frac{2\ \text{W}}{0{,}826\ \text{A}^2} = 2{,}42\ \Omega \approx \underline{2{,}4\ \Omega} \tag{29.2}$$

Nazivno napetost U_N varistorja določimo iz obratovalne napetosti in napotila o delitvi obremenitve med impulzno in trajno. Celoten izračun poenostavimo in računamo kot, da so napetosti enosmerne. Tok varistorja izrazimo z nazivnim tokom in nazivno napetostjo kot v (26.3)

$$P_V = 0{,}3P_N = IU = I_N\left(\frac{U}{U_N}\right)^{\alpha} U = \left(I_N U\right)\left(\frac{U}{U_N}\right)^{\alpha}, \tag{29.3}$$

od koder izračunamo razmerje

$$\frac{U}{U_N} = \left(\frac{0{,}3P_N}{I_N U}\right)^{\frac{1}{\alpha}} \tag{29.4}$$

in iz njega iskano nazivno napetost

$$U_N = U\left(\frac{I_N U}{0{,}3P_N}\right)^{\frac{1}{\alpha}} = 220\text{V}\left(\frac{0{,}22\text{W}}{3\ \text{W}}\right)^{\frac{1}{17}} = \underline{188{,}6\ \text{V}} \tag{29.5}$$

Izračunano vrednost nazivne napetosti (29.5) zaokrožimo na bližnjo okroglo vrednost: $U_N = 190$ V. Najvišja dopustna vhodna napetost je določena z maksimalno napetostjo na bremenu U_{Bmax} (slika 29.2), in sicer kot vsota napetosti na varistorju (porabniku) in na uporu R. Predpostavimo tudi linearno povečanje toka skozi vezje, ki ga predstavlja R_B. Tok varistorja I_V pri maksimalni napetosti $U_{B\,max} = 400$ V je tedaj

$$I_{Vmax} = I_N\left(\frac{U_{Bmax}}{U_N}\right)^{\alpha} = 313{,}5\ \text{A}, \tag{29.6}$$

kar pomeni, da je tok bremena zanemarljiv ob upoštevanju odstopanja toka I_V zaradi toleranc parametrov varistorja; za tok I_{Bmax} namreč velja ocena

$$U_{Bmax} < 2U_B \Rightarrow I_{Bmax} < 2I_B = 1{,}82\ \text{A} \tag{29.7}$$

$$\begin{aligned} U_{vh\,max} &= U_{B\,max} + R(I_{V\,max} + I_{B\,max}) \cong U_{B\,max} + RI_{V\,max} = \\ &= 400\ \text{V} + 2{,}4\ \Omega \cdot 313{,}5\ \text{A} = \underline{1152\ \text{V}} \end{aligned} \tag{29.8}$$

Trajanje vhodnega impulza τ je omejeno z maksimalno impulzno energijo, ki jo lahko varistor absorbira. Ta podatek velja za kratke enkratne impulze.

$$W = P\tau = U_{B\,max} I_{V\,max}\,\tau \tag{29.9}$$

$$\tau = \frac{W}{P} = \frac{1200\ \text{J}}{400\ \text{V}{\cdot}313\ \text{A}} = \underline{9{,}5\ \text{ms}} \tag{29.10}$$

Obremenitev upora R je še nekoliko večja saj znaša absorbirana energija $W_R = 2290$ J, kar pomeni, da mora uporabljeni upor prenesti visoko enkratno impulzno moč.

Naloga 30

Kolikšna je lahko najvišja trajna vhodna napetost v zaščitnem vezju iz naloge 29? Kolikšni sta tedaj napetost bremena U_B in izgubna moč serijskega upora P_R ?

Rešitev:

Najvišjo trajno vhodno napetost določa nazivna moč varistorja P_N, iz katere izračunamo napetost U_V, ki je hkrati tudi napetost bremena U_B. Moč varistorja izrazimo z napetostjo U_V s pomočjo izraza za tok varistorja (26.3)

$$P_N = I_V U_V = I_N \left(\frac{U_V}{U_N}\right)^{\alpha} U_V = I_N U_N \left(\frac{U_V}{U_N}\right)^{\alpha} \frac{U_V}{U_N} = I_N U_N \left(\frac{U_V}{U_N}\right)^{\alpha+1} . \tag{30.1}$$

Izraz za moč (30.1) je tako preurejen, da je osnova potence z velikim eksponentom brezdimenzijsko razmerje napetosti, s številčno vrednostjo blizu 1. Takšna preureditev nam zagotavlja majhno napako pri računanju s številčnimi vrednostmi. Iz (30.1) na podoben način izrazimo iskano napetost U_V (U_B).

$$U_V = U_B = \left(\frac{P_N}{I_N U_N}\right)^{\frac{1}{\alpha+1}} U_N = \left(\frac{10\ \mathrm{W}}{0{,}19\mathrm{W}}\right)^{\frac{1}{18}} 190\ \mathrm{V} = \underline{236{,}8\ \mathrm{V}} \tag{30.2}$$

Tok varistorja pri tej napetosti najlaže izračunamo iz enačbe za moč (30.1)

$$I_V = \frac{P_N}{U_V} = \frac{10\ \mathrm{W}}{236{,}8\ \mathrm{V}} = 0{,}042\ \mathrm{A} . \tag{30.3}$$

Pri tej napetosti izračunamo še povečani bremenski tok

$$I_B = \frac{U_V}{R_B} = \frac{U_V P_B}{U^2} = \frac{236{,}8\ \mathrm{V} \cdot 200\ \mathrm{W}}{(220\ \mathrm{V})^2} = 0{,}978\ \mathrm{A} . \tag{30.4}$$

Vhodno napetost U_{vh} izračunamo na enak način kot v nalogi 29 (29.8)

$$\begin{aligned} U_{vh} &= U_V + R(I_V + I_B) = \\ &= 236{,}8\ \mathrm{V}+2{,}4\ \Omega(0{,}042\ \mathrm{A}+0{,}978\ \mathrm{A})=\underline{239{,}2\ \mathrm{V}} \end{aligned} \tag{30.5}$$

Iz skupnega toka izračunamo še izgube na uporu

$$P_R = R(I_V + I_B)^2 = 2{,}4\ \Omega \cdot 1{,}02^2\ \mathrm{A}^2 = \underline{2{,}5\ \mathrm{W}} . \tag{30.6}$$

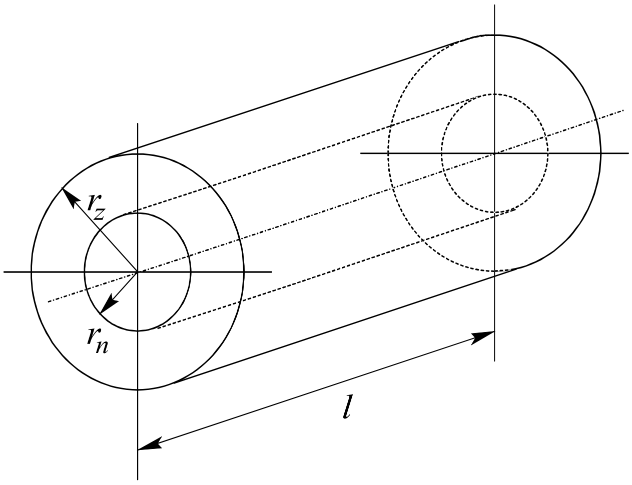
4. POGLAVJE

KONDENZATORJI

Naloga 31

Izračunajte dolžino l cevnega kondenzatorja, da bo njegova kapacitivnost pri danih podatkih znašala 40 pF!

$\varepsilon_r = 25$ $r_z = 4$ mm $r_n = 2$ mm $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ As/Vm



Slika 31.1 – Dimenzije cevnega kondenzatorja

Rešitev:

Kapacitivnost je razmerje med nabojem Q in napetostjo U na elektrodah kondenzatorja. Integralska oblika Maxwellove enačbe (31.1) povezuje gostoto električnega pretoka D skozi zaključeno ploskev s celotnim električnim nabojem znotraj nje.

$$\oint_A \mathbf{D}d\mathbf{A} = \int_V \rho\, dV = Q \tag{31.1}$$

V našem primeru, ko obravnavamo osnosimetrično električno polje, izberemo za ploskev A površino valja z radijem r. Iz gornje enačbe izpeljemo izraz za velikost električnega polja v odvisnosti od radija r. Smer polja je pravokotna na plašč valja.

$$\varepsilon E(r) \cdot 2\pi rl = Q \Rightarrow E(r) = \frac{Q}{2\pi \varepsilon rl} \tag{31.2}$$

Ker je vektor gostote električnega pretoka **D** kolinearen z diferencialom ploskve **dA**, po velikosti pa je konstanten, se integral preko površine valja A v (31.1) spremeni v produkt površine plašča valja. Električnega pretoka čez osnovnici valja ni, saj sta omenjena vektorja pravokotna med seboj (njun skalarni produkt je nič). Električni potencial v točki z radijem r je določen z izrazom:

$$V(r) = -\int_{\infty}^{r} \mathbf{E}(r)\mathbf{dr} = -\frac{Q}{2\pi\varepsilon l}\ln r + K \tag{31.3}$$

Napetost med oblogama kondenzatorja je razlika električnega potenciala. Od tod dobimo napetost kondenzatorja v odvisnosti od naboja

$$U = V(r_n) - V(r_z) = \frac{Q}{2\pi\varepsilon l}\ln\frac{r_z}{r_n} \tag{31.4}$$

Po osnovni enačbi, ki velja za kapacitivnost

$$Q = CU \quad \text{in} \quad C = \frac{Q}{U} \tag{31.5}$$

dobimo enačbo za kapacitivnost cevnega kondenzatorja

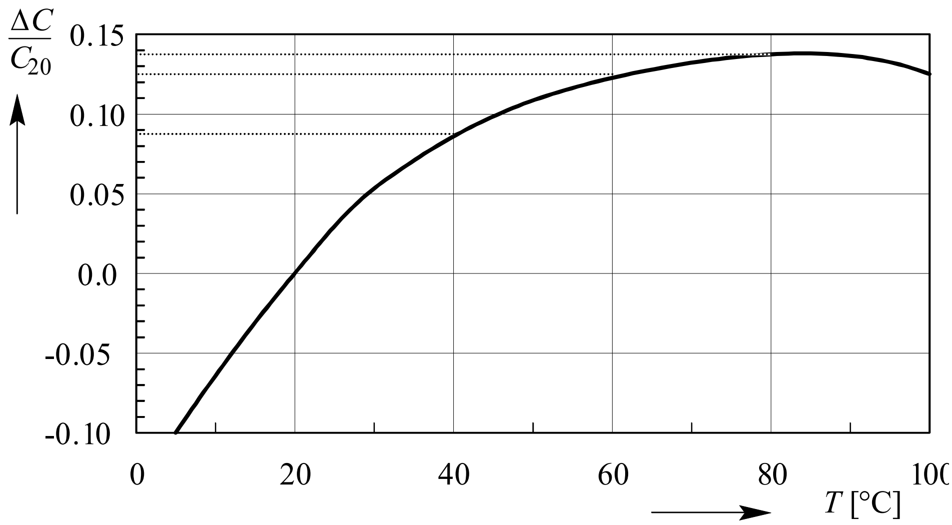
$$C = \frac{2\pi\varepsilon l}{\ln \frac{r_z}{r_n}}. \tag{31.6}$$

Iskano dolžino l izračunamo iz (31.6)

$$\begin{aligned} l &= \frac{C}{2\pi\varepsilon_r\varepsilon_0} \ln\frac{r_z}{r_n} = \\ &= \frac{40\cdot 10^{-12}\ \text{As/V}}{2\pi\cdot 25\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}\ \text{As/Vm}} \ln 2 = 19{,}9\cdot 10^{-3}\ \text{m} = \underline{20\ \text{mm}} \end{aligned} \tag{31.7}$$

Naloga 32

Diagram $\Delta C/C_{20}$ podaja odvisnost kapacitivnosti od temperature. Kolikšen je temperaturni koeficient kapacitivnosti TK_C na intervalu med 40°C in 80°C ?



Slika 32.1 – Relativna sprememba kapacitivnosti glede na C(20°C)

Rešitev:

Temperaturni koeficient je definiran kot odvod relativne spremembe po temperaturi

$$TK_C(T_0) = \frac{1}{C_0}\frac{dC}{dT} = \frac{d(C/C_0)}{dT} \tag{32.1}$$

Pri računanju temperaturnega koeficienta na podlagi vrednosti podanih z diagramom privzamemo, da je TK_C na danem intervalu konstanten in računamo z diferencami. Kapacitivnost C_0 v (32.1) je vrednost na sredi danega temperaturnega intervala pri 60°C.

$$TK_C = \frac{\Delta C}{C_0 \Delta T} = \frac{C_2 - C_1}{C_0 \cdot (T_2 - T_1)} \tag{32.2}$$

$$C_1 = C_{20} + \Delta C(T_1) = C_{20}\left(1 + \frac{\Delta C(T_1)}{C_{20}}\right) \tag{32.3}$$

$$C_2 = C_{20} + \Delta C(T_2) = C_{20}\left(1 + \frac{\Delta C(T_2)}{C_{20}}\right) \tag{32.4}$$

$$C_0 = C_{20} + \Delta C(T_{60}) = C_{20}\left(1 + \frac{\Delta C(T_{60})}{C_{20}}\right) \tag{32.5}$$

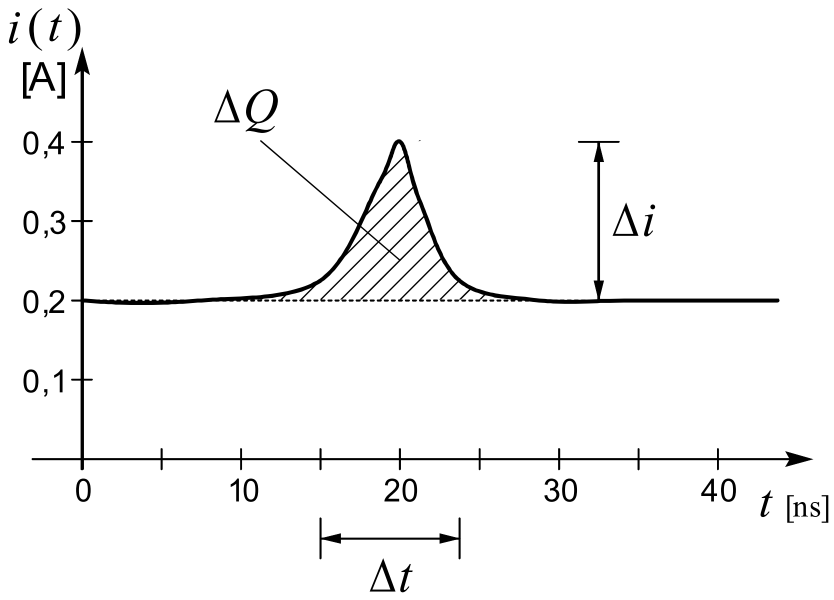
$$TK_C = \frac{C_{20}\left(1 + \frac{\Delta C(T_2)}{C_{20}}\right) - C_{20}\left(1 + \frac{\Delta C(T_1)}{C_{20}}\right)}{C_{20}\left(1 + \frac{\Delta C(T_{60})}{C_{20}}\right)(T_2 - T_1)} =$$

$$= \frac{\frac{\Delta C(T_2)}{C_{20}} - \frac{\Delta C(T_1)}{C_{20}}}{\left(1 + \frac{\Delta C(T_{60})}{C_{20}}\right)(T_2 - T_1)} \tag{32.6}$$

$$TK_C = \frac{0{,}1375 - 0{,}0875}{1{,}125 \cdot 40°\mathrm{C}} = \underline{1{,}1 \cdot 10^{-3} \,/\, °\mathrm{C}} \tag{32.7}$$

Naloga 33

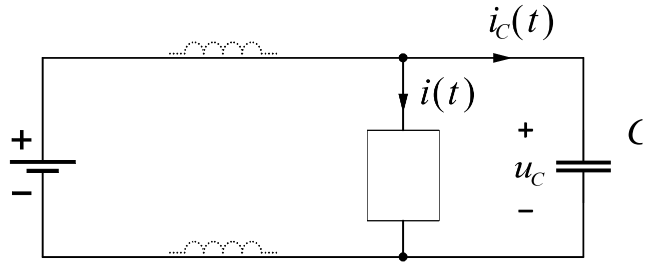
Ocenite minimalno vrednost kondenzatorja za blokiranje motenj v napajanju, ki so posledica induktivnosti dovodov in tokovnih konic! Oblika tokovne konice je podana s časovnim diagramom (slika 33.1). Napetost se, zaradi naglo povečanega toka, ne sme znižati več kot 100 mV!



Slika 33.1 – Časovni diagram napajalnega toka

Rešitev:

Hitre spremembe napajalnega toka $i(t)$ povzročajo v napajanju inducirane napetosti zaradi induktivnosti dovodov, ki jih ima vsaka realna žica oziroma vodnik. Povečanje toka povzroči znižanje napetosti na porabniku, in s tem lahko tudi motnje v delovanju, če je sprememba napetosti prevelika. Poenostavljene razmere so prikazane na električni shemi (slika 33.2).



Slika 33.2 – Električna shema blokiranega napajanja

Ker naloga zahteva oceno minimalne vrednosti kondenzatorja, izračun močno poenostavimo s predpostavko, da ostane tok v napajalnih vodih v času tokovne konice konstanten. To je posledica induktivnosti vodnikov, ki se upirajo spremembi toka. Naboj, ki ga zahteva povečana poraba, predstavlja ploščina lika med krivuljo toka $i(t)$ in črtkano linijo, ki pomeni konstantni napajalni tok. Ta naboj mora zato priteči iz kondenzatorja, ki ga fizično namestimo neposredno ob porabniku in s tem zmanjšamo induktivnost na najmanjšo možno vrednost.

$$\Delta Q = C \cdot \Delta U \quad \Rightarrow \quad \Delta U = \frac{\Delta Q}{C} \le \Delta U_{max} \tag{33.1}$$

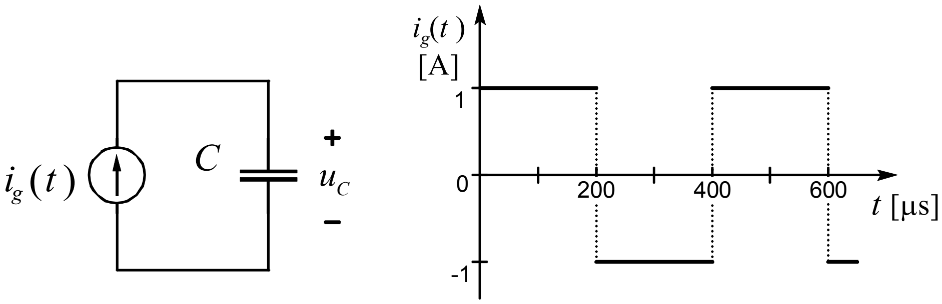
$$C \geq \frac{\Delta Q}{\Delta U_{max}} \tag{33.2}$$

Za zgornjo mejo ploščine, ki predstavlja spremembo naboja ΔQ, izberemo pravokotnik z osnovnico Δt in višino Δi. Tako izračunan naboj je zanesljivo večji od resnično potrebnega, kar pomeni, da bo izračunana vrednost kondenzatorja večja od minimalne, s tem pa bo sprememba napajalne napetosti le še manjša od postavljene meje Δu.

$$C \geq \frac{\Delta t \Delta i}{\Delta U_{max}} = \frac{10\ \text{ns} \cdot 0{,}2\ \text{A}}{0{,}1\ \text{V}} = 20 \frac{\text{nAs}}{\text{V}} = \underline{20\ \text{nF}} \tag{33.3}$$

Naloga 34

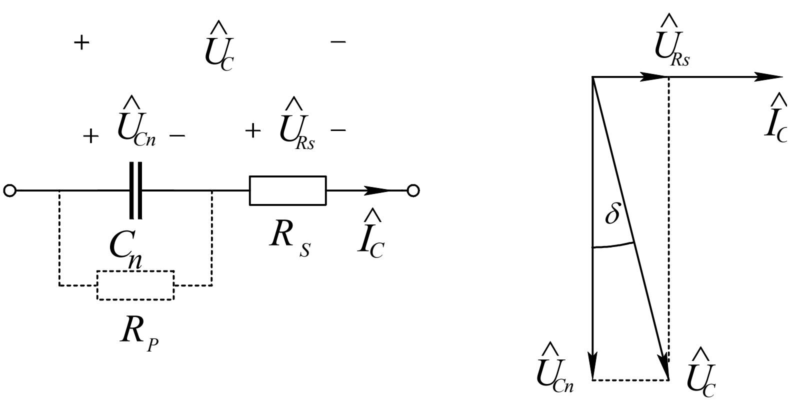
Kolikšna je vršna vrednost napetosti U_{pp} na kondenzatorju, ki je priključen na tokov generator s podano časovno odvisnostjo? Narišite tudi časovni diagram napetosti na priključkih kondenzatorja $u_C(t)$! Kolikšna je izgubna moč P_C, ki se troši na kondenzatorju? Kondenzator s kapacitivnostjo $C = 1000\ \mu\text{F}$ ima izgubni faktor $\text{tg}\delta = 0{,}63$ pri frekvenci $f = 1\ \text{kHz}$. Paralelna upornost $R_P \approx 10^{10}\ \Omega$.



Slika 34.1 – Shema vezja in oblika generatorjevega toka

Rešitev:

Izgubni faktor $\text{tg}\delta$ kondenzatorja merimo s sinusno napetostjo in je frekvenčno odvisen. Tok, ki ga generator poganja skozi kondenzator, je simetrične pravokotne oblike s frekvenco 2500 Hz. Omenjeni signal vsebuje, poleg osnovne harmonske komponente, še vse lihe mnogokratnike, katerih amplitude relativno počasi upadajo z naraščajočo frekvenco. V slednje se lahko hitro prepričamo z razvojem toka $i_g(t)$ v Fourierevo vrsto.



Slika 34.2 – Nadomestno vezje in kazalčni diagram realnega kondenzatorja

Zaradi oblike vsiljenega toka zastavljeno nalogo najlaže rešimo v časovnem prostoru na podlagi nadomestnega vezja realnega kondenzatorja, ki ga prikazuje slika 34.2. Paralelna upornost R_P je narisana črtkano, ker jo na podlagi podatkov lahko zanemarimo. Kazalčni diagram na isti sliki upošteva le notranji idealni kondenzator C_n in serijsko upornost R_S. Iz slike 34.2 lahko razberemo, da velja

$$\hat{U}_{Cn} = \frac{\hat{I}_C}{j\omega C}\ , \quad \hat{U}_{Rs} = \hat{I}_C R_S \quad \text{in} \quad \mathrm{tg}\,\delta = \frac{\left|\hat{U}_{Rs}\right|}{\left|\hat{U}_{Cn}\right|} = \omega R_S C \tag{34.1}$$

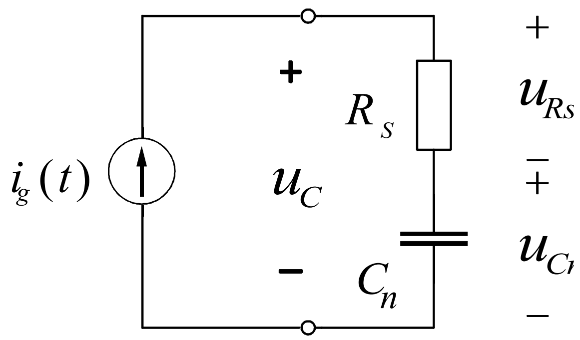
Na podlagi (34.1) in podatka o izgubnem faktorju izračunamo R_S, za frekvenco 1000 Hz. Ker je osnovna harmonska komponenta toka $i_C(t)$ blizu merilne frekvence, se R_S nadomestnega vezja ne bo mnogo razlikoval od tako izračunane vrednosti.

$$R_S = \frac{\mathrm{tg}\,\delta}{2\pi f\, C} = \frac{0{,}63}{2\pi \cdot 10^3\ \mathrm{Hz} \cdot 10^{-3}\ \mathrm{F}} = 0{,}1\ \Omega \tag{34.2}$$

Obliko napetosti $u_C(t)$ sedaj poiščemo s pomočjo vezja na sliki 34.3. Ker je oblika toka znana, lahko skupno napetost dobimo kot vsoto napetosti na posameznih elementih. Enosmerna komponenta napetosti na kondenzatorju nas pri izračunu oblike $u_C(t)$ ne zanima, čeprav je kondenzator v praksi uporabljen prav zaradi povezave dveh različnih enosmernih potencialov. Zaradi enostavnosti predpostavimo

$$u_c(0) = 0 \tag{34.3}$$

Enosmerna napetost se v eni periodi tudi ne spremeni, saj je srednja vrednost toka $i_g(t)$ nič.



Slika 34.3 – Model vezja za izračun $u_C(t)$

$$u_{Rs}(t) = i_g(t)\, R_S = \begin{cases} 0{,}1\ \mathrm{V} & \text{za} \quad 0\ \mu\mathrm{s} < t \le 200\ \mu\mathrm{s} \\ -0{,}1\ \mathrm{V} & \text{za} \quad 200\ \mu\mathrm{s} < t \le 400\ \mu\mathrm{s} \end{cases} \tag{34.4}$$

Napetost $u_{Cn}(t)$ poiščemo kot rešitev diferencialne enačbe za tok kondenzatorja.

$$i_g(t) = C\frac{du_{Cn}}{dt} \quad \Rightarrow \quad u_{Cn}(t) = u_{Cn}(0) + \frac{1}{C}\int_0^t i_g(\tau)d\tau \tag{34.5}$$

Za začetno vrednost napetosti kondenzatorja upoštevamo predpostavko (34.3). Za čase med 0 s in 200 μs potem velja

$$u_{Cn}\left(t\right)=\frac{I}{C}t=\frac{1\ \mathrm{A}}{10^{-3}\ \mathrm{F}}t=1\frac{\mathrm{mV}}{\mu\mathrm{s}}t \qquad \text{in} \qquad u_{Cn}\left(200\ \mu\mathrm{s}\right)=200\ \mathrm{mV} \tag{34.6}$$

V drugi polperiodi (200 μs < t ≤ 400 μs) je tok negativen, zato napetost upada. Začetna vrednost je končna napetost prejšnjega intervala

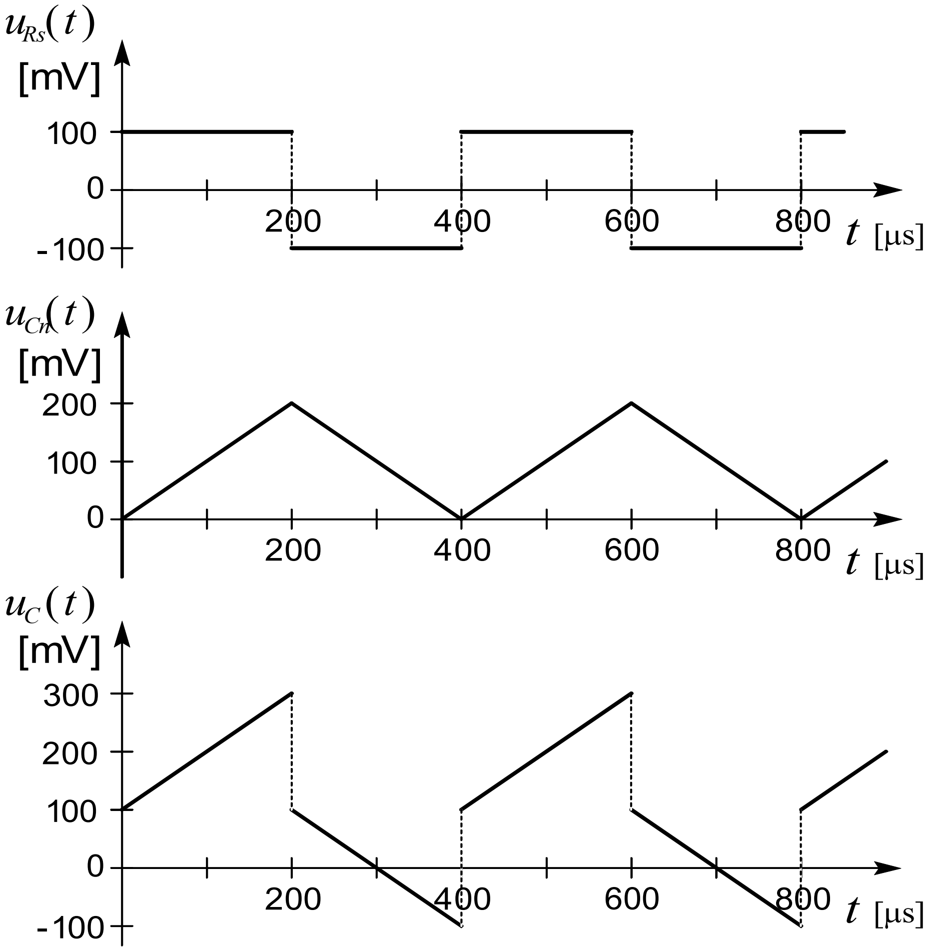
$$u_{Cn}(t)=200\ \mathrm{mV}-1\frac{\mathrm{mV}}{\mu\mathrm{s}}t \qquad \text{in} \qquad u_{Cn}\left(400\ \mu\mathrm{s}\right)=0\ \mathrm{V} \tag{34.7}$$

Vršno napetost U_{pp} razberemo iz slike 34.4 kot razliko med maksimalno in minimalno vrednostjo.

$$U_{pp}=U_{Cmax}-U_{Cmin}=\underline{400\ \mathrm{mV}} \tag{34.8}$$

Izgubna moč se v modelu realnega kondenzatorja troši le na serijski upornosti R_S. Pri izračunu izgubne moči moramo upoštevati efektivno vrednost toka. Ker je tok pravokotne oblike in simetričen, je njegova efektivna vrednost kar enaka amplitudi.

$$P_C=R_S I_{Cef}^2=0{,}1\,\Omega\cdot\left(1\ \mathrm{A}\right)^2=\underline{0{,}1\ \mathrm{W}} \tag{34.9}$$

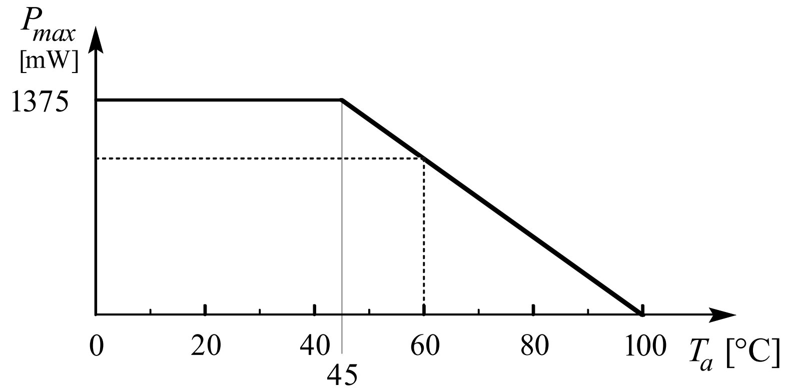


Slika 34.4 – Oblike izračunanih napetosti v neidealnem kondenzatorju pri krmiljenju s tokom $i_g(t)$

Naloga 35

Izračunajte največjo dopustno amplitudo U_{Cmax} sinusne napetosti s frekvenco 10 kHz na kondenzatorju 2,2 μF! Izgubni faktor tgδ pri frekvenci 10 kHz je $130 \cdot 10^{-4}$. Največje dopustne izgube kondenzatorja so podane z diagramom. Temperatura okolice je 60°C.

$C = 2{,}2\ \mu\text{F}$ $\qquad$ $\text{tg}\,\delta = 130 \cdot 10^{-4}$ $\qquad$ $f = 10\ \text{kHz}$ $\qquad$ $T_a = 60°\text{C}$



Slika 35.1 – Izgubna moč kondenzatorja v odvisnosti od temperature okolice

Rešitev:

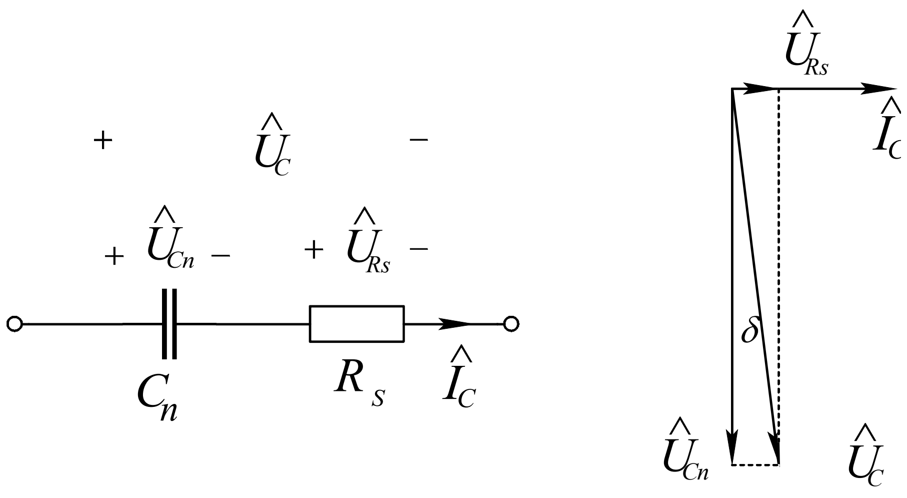
Iz podanega diagrama najprej izračunamo dopustno izgubno moč pri podani temperaturi okolice. Iz podobnih trikotnikov sledi razmerje

$$\frac{1375\ \text{mW}}{100-45} = \frac{P(60°\text{C})}{100-60} \tag{35.1}$$

$$P(60°\text{C}) = \frac{40}{55} \cdot 1375\ \text{mW} = \underline{1000\ \text{mW}} \tag{35.2}$$

Nadomestno vezje kondenzatorja z majhnim izgubnim faktorjem je prikazano na sliki 35.2. Zaporedno izgubno upornost R_S pri dani frekvenci lahko izrazimo z izgubnim faktorjem

$$R_S = \frac{\text{tg}\,\delta}{\omega C} \tag{35.3}$$



Slika 35.2 – Model in kazalčni diagram kondenzatorja z majhnimi izgubami

Impedanca realnega kondenzatorja $\hat{Z}_C$ povezuje kompleksni amplitudi toka $\hat{I}_C$ in napetosti $\hat{U}_C$

$$\hat{I}_C = \frac{\hat{U}_C}{R_S + \dfrac{1}{j\omega C}} = j\omega C \frac{\hat{U}_C}{\left(1 + j\,\mathrm{tg}\,\delta\right)} \tag{35.4}$$

Amplitudo toka I_C izračunamo iz (35.4) in upoštevamo $\mathrm{tg}\,\delta << 1$.

$$I_C = \frac{\omega C U_C}{\sqrt{1 + \mathrm{tg}^2\,\delta}} \approx \omega C U_C \tag{35.5}$$

Izgubna moč se troši le na serijski upornosti R_S in jo izračunamo z izrazom (35.6). Iz znane zveze med amplitudo in efektivno vrednostjo sinusnih signalov dobimo

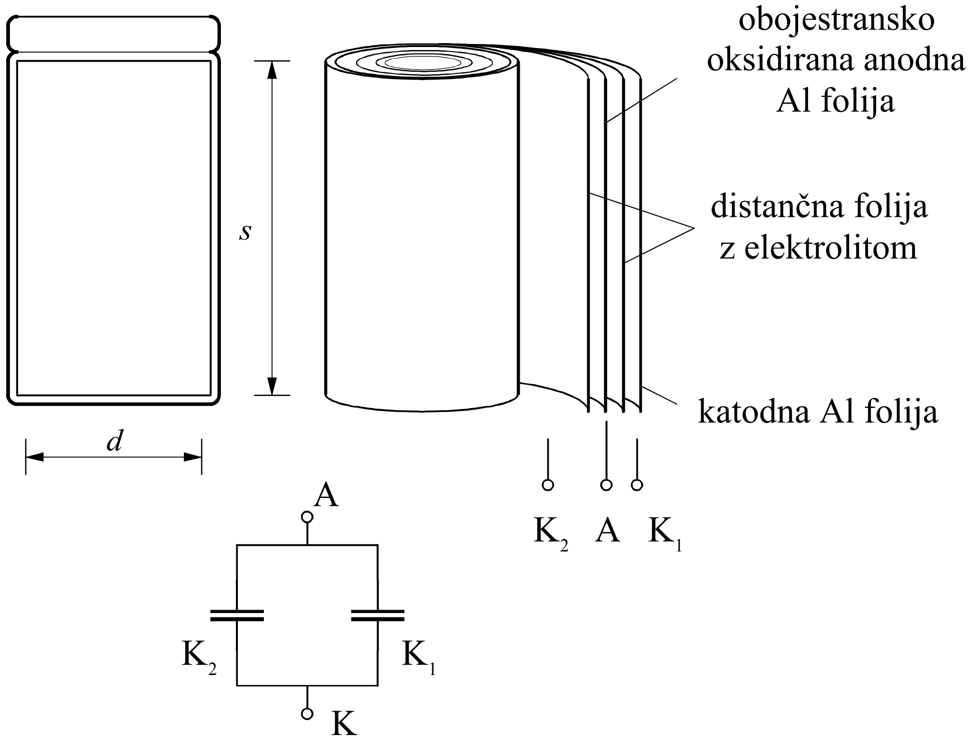
$$P = \frac{1}{2} I_C^2 R_S = \frac{1}{2}\left(U_C \omega C\right)^2 \frac{\mathrm{tg}\,\delta}{\omega C} = \frac{1}{2} U_C^2 \omega C\,\mathrm{tg}\,\delta \tag{35.6}$$

$$U_{Cmax} = \sqrt{\frac{2P\left(60°\mathrm{C}\right)}{\omega C\,\mathrm{tg}\,\delta}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1\ \mathrm{W} \cdot 10^6 \cdot 10^4}{2\pi 10^4\ \mathrm{Hz} \cdot 2{,}2\ \mathrm{F} \cdot 130}} = \underline{33{,}3\ \mathrm{V}} \tag{35.7}$$

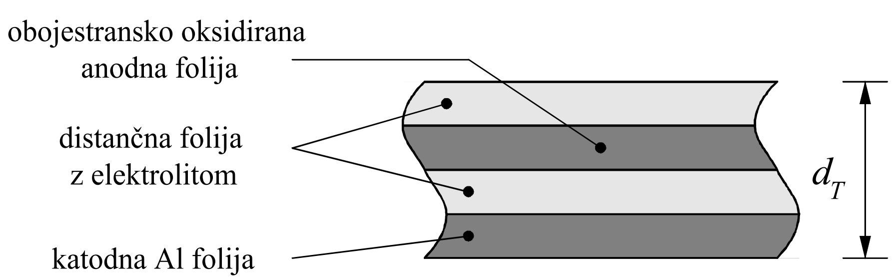
Naloga 36

Koliko Al traku širine $s = 20$ mm potrebujemo za izdelavo Al-elektrolitskega kondenzatorja 100 µF/63 V? Izračunajte tudi potrebni polmer tulca r, v katerega lahko vstavimo navito anodo, kontaktno folijo in papir prepojen z elektrolitom (katoda)! Debelina anode, kontaktne folije in obeh slojev papirja je 0,3 mm. Relativna dielektričnost ε_r aluminijevega oksida Al_2O_3 je 8, prebojna trdnost pa je E_B = 8 MV/cm. Varnostni faktor med prebojno napetostjo U_B in nazivno napetostjo U_N je k = 0,5. Efektivno površino anode z jedkanjem povečamo 20 krat.

$C = 100\ \mu\text{F}$	$U_N = 63\ \text{V}$	$k = 0,5$	$k_j = 20$
$s = 20\ \text{mm}$	$d_T = 0,3\ \text{mm}$	$\varepsilon_r = 8$	$\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}\ \text{As/Vm}$



Slika 36.1 – Zgradba Al-elektrolitskega kondenzatorja



Slika 36.2 – Prerez štirislojnega traku

Rešitev:

Najprej izračunamo prebojno (ang. breakdown) napetost U_B na osnovi nazivne napetosti U_N in zahtevanega varnostnega faktorja k

$$U_N = kU_B \Rightarrow U_B = \frac{U_N}{k} = \frac{63\ \text{V}}{0,5} = 126\ \text{V}, \tag{36.1}$$

nato pa še debelino oksida d, ki je določena z U_B in prebojno trdnostjo E_B aluminijevega dioksida.

$$U_B = dE_B \Rightarrow d = \frac{U_B}{E_B} = \frac{126\ \text{Vcm}}{8\ \text{MV}} = 0,157\ \mu\text{m} \tag{36.2}$$

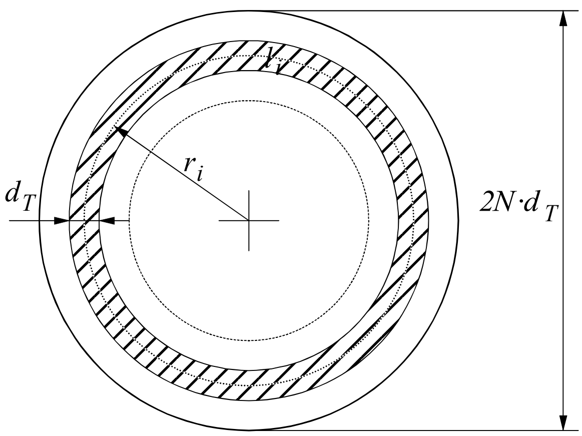
Iz zahtevane nazivne kapacitivnosti C izračunamo potrebno ploščino A ploščatega kondenzatorja z oksidnim dielektrikom debeline d

$$C = \frac{\varepsilon A}{d} \Rightarrow A = \frac{Cd}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} \tag{36.3}$$

Bolj kot ploščina A nas zanima potrebna dolžina traku l. Pri računanju dolžine moramo upoštevati efektivno površino traku, ki se poveča z jedkanjem za faktor k_j ter prispevka obeh strani traku.

$$A = 2k_j ls \tag{36.4}$$

$$\begin{aligned} l &= \frac{A}{2k_j s} = \frac{Cd}{2\varepsilon_0 \varepsilon_r k_j s} = \\ &= \frac{100 \cdot 10^{-6}\,\text{As/V} \cdot 0,157 \cdot 10^{-6}\,\text{m}}{2 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}\,\text{As/Vm} \cdot 8 \cdot 20 \cdot 20 \cdot 10^{-3}\,\text{m}} = \underline{0,277\ \text{m}} \end{aligned} \tag{36.5}$$



Slika 36.3 – Ponazoritev izračuna premera navitja

Debelino zvitka štirislojnega traku (slika 36.2), ki določa premer d aluminijastega ohišja (tulca) kondenzatorja, izračunamo s preprosto poenostavitvijo. Glavna zamisel izračuna je prikazana na sliki 36.3. Celotno dolžino traku l računamo kot vsoto obsegov koncentričnih krožnic, ki so med seboj razmaknjene za debelino traku d_T.

$$l = \sum_{i=1}^{N} l_i = \sum_{i=1}^{N} 2\pi d_T i = 2\pi d_T \sum_{i=1}^{N} i \tag{36.6}$$

Vsoto v (36.6) lahko enostavno izrazimo, ker je to končna vrsta naravnih števil do N. Za majhne polmere enačba (36.6) ne drži najbolje. Na začetku je ukrivljenost velika, vendar je napaka majhna v skupnem seštevku. Celotna dolžina traku izražena s številom plasti v zvitku in debelino d_T je

$$l = 2\pi d_T \frac{N(N+1)}{2} \approx \pi d_T N^2 \tag{36.7}$$

S poenostavitvijo v (36.7) lahko število plasti (ovojev) N na enostaven način izrazimo z dolžino in debelino traku.

$$N = \sqrt{\frac{l}{\pi d_T}} \tag{36.8}$$

Tako izračunano število plasti N je sicer nekoliko preveliko, vendar ne več kot za ena ($\Delta N < 1$), to pa je zanemarljivo v primerjavi s poenostavitvami v (36.6). Opozoriti velja tudi, da nismo upoštevali prostora, ki ga zavzema žica anodnega kontakta na sredini zvitka.
Iz števila ovojev N (36.8) in debeline traku izračunamo iskani polmer ohišja kondenzatorja

$$d = 2Nd_T = 2\sqrt{\frac{ld_T}{\pi}} = 2\sqrt{\frac{277\ \text{mm} \cdot 0{,}3\ \text{mm}}{\pi}} = \underline{10{,}3\ \text{mm}} \tag{36.9}$$

Debelino tulca d lahko izračunamo tudi preprosteje iz razmisleka, da mora imeti tulec enak volumen kot ga ima naviti trak, ki ga želimo vstaviti vanj. To lahko matematično zapišemo

$$\frac{\pi d^2}{4} s = l d_T s \tag{36.10}$$

kjer leva stran predstavlja prostornino tulca desna stran pa prostornino traku. Iz (36.10) dobimo

$$d = \sqrt{\frac{4ld_T}{\pi}} = 2\sqrt{\frac{ld_T}{\pi}} \tag{36.11}$$

kar je identično z rezultatom (36.9).

Naloga 37

S kolikšno napetostjo U_F moramo formirati anodo v Al elektrolitskem kondenzatorju iz naloge 36, če je konstanta formiranja $K_F = 1{,}5 \cdot 10^{-3}$ μm/V ? Koliko znaša tedaj nazivna napetost kondenzatorja, če uporabimo varnostni faktor $k = 0{,}8$, ki ga uporabljamo za običajne elektrolitske kondenzatorje?

Rešitev:

Debelina formiranega oksida je določena z U_F in K_F

$$d = K_F U_F \tag{37.1}$$

Od tod dobimo potrebno napetost za debelino $d = 0{,}157$ μm

$$U_F = \frac{d}{K_F} = \frac{0{,}157\ \mu\text{m}}{1{,}5 \cdot 10^{-3}\ \mu\text{m/V}} = \underline{104\ \text{V}} \tag{37.2}$$

Nazivna napetost U_N je za ustrezen varnostni faktor nižja od napetosti formiranja.

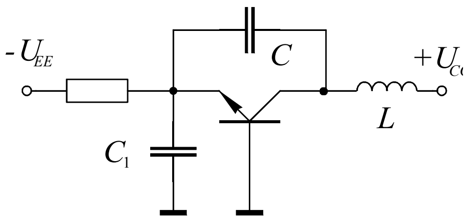
$$U_N = kU_F = 0{,}8 \cdot 104\ \text{V} = \underline{83{,}2\ \text{V}} \tag{37.3}$$

Primerjava z rezultati naloge 36, nam pojasnjuje dogajanje v kondenzatorju pri visokih napetostih. Pri napetosti večji od $U_F = 104$ V se oksidna plast debeli, pri napetostih višjih od 126 V pa pride do preboja dielektrika. Debeljenje oksidne plasti znižuje kapacitivnost ter povzroča sproščanje plinov, ki lahko kondenzator uničijo. Nazivni napetosti se ne ujemata popolnoma, saj sta dobljeni na osnovi različnih varnostnih koeficientov.

Naloga 38

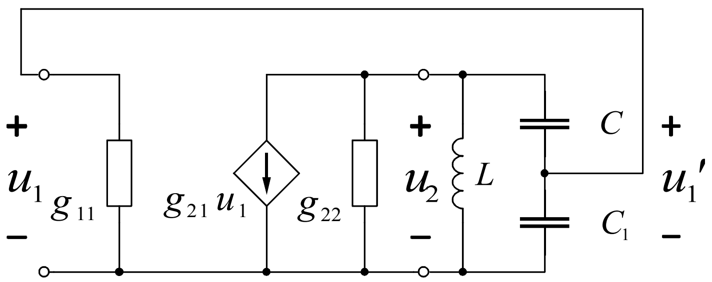
Določite vrednost kapacitivnosti in temperaturni koeficient TK_C kondenzatorja, da bo frekvenca $f_0 = 500$ kHz oscilatorja na sliki 38.1 stabilna na temperaturnem intervalu med 20°C in 80°C. Induktivnost tuljave je 10 µH in ima temperaturni koeficient $TK_L = 10^{-3}$/°C. Kolikšno je dejansko odstopanje frekvence na mejah intervala ?

$f_0 = 500$ kHz $\qquad L = 10$ µH $\qquad TK_L = 10^{-3}\,/°C \qquad T = 20 \div 80°C$



Slika 38.1 – LC oscilator z bipolarnim tranzistorjem

Rešitev:



Slika 38.2 – Poenostavljeni malosignalni model oscilatorja

Iz nadomestnega vezja oscilatorja na sliki 38.2 je razvidno, da je tranzistor obremenjen s paralelnim nihajnim krogom, ki ga sestavljajo izhodna prevodnost g_{22}, tuljava L in C', ki je serijska vezava kondenzatorjev C in C_1. Nihanje se vzpostavi pri frekvenci za katero je ojačenje prekinjene zanke realno in večje od 1. Zanko, ki je sestavljena iz zaporedno vezanega ojačevalnika in povratne vezave preko kapacitivnega delilnika, lahko prekinemo kjerkoli. Ponavadi jo prekinemo pred vhodom ojačevalnika ter opazujemo izhodno napetost kapacitivnega delilnika u_1'. Če je razmerje med vhodno in omenjeno izhodno napetostjo pri neki frekvenci realno in večje od 1, se ob sklenitvi zanke vzpostavi nihanje pri tej frekvenci. V resonanci je impedanca nihajnega kroga enaka le izhodni prevodnosti g_{22}, zato tedaj lahko ojačenje prekinjene zanke $A(\omega)$ zapišemo

$$A(\omega_0) = \frac{u_1'}{u_1} = -\frac{g_{22}}{g_{21}}\frac{C}{C_1 + C} \tag{38.1}$$

Vrednost ojačenja v (38.1) je pozitivna, saj je g_{21} za orientacijo s skupno bazo negativen. Ker je ojačenje tranzistorja – g_{22}/g_{21} veliko, je lahko kondenzator C_1 mnogo večji od C. Zato za C' velja

$$C' = \left(\frac{1}{C} + \frac{1}{C_1}\right)^{-1} \approx C \tag{38.2}$$

in od tod dobimo za frekvenco oscilatorja f_0 znani izraz

$$\omega_0^2 = \frac{1}{LC} \Rightarrow f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \tag{38.3}$$

Da bi dosegli čim večjo stabilnost frekvence na zahtevanem temperaturnem območju, bi morali vrednost kapacitivnosti kondenzatorja izračunati iz zahtevane frekvence in vrednosti induktivnosti na sredini temperaturnega intervala, t.j. pri 50°C, vendar je razlika med obema izračunoma manjša od toleranc kapacitivnosti običajnih kondenzatorjev.

$$C = \frac{1}{L\left(2\pi f_0\right)^2} = 1,0132 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{F} \approx \underline{10\mathrm{nF}} \tag{38.4}$$

Temperaturni koeficient kapacitivnosti TK_C izračunamo iz zahteve po temperaturni neodvisnosti frekvence oscilatorja, kar pomeni, da mora biti temperaturni koeficient frekvence TK_f enak nič. Izračunamo ga z logaritmiranjem izraza (38.3) in odvajanjem po temperaturi T

$$\ln f_0 = -\ln 2\pi - \frac{1}{2}\left(\ln L + \ln C\right) \tag{38.5}$$

$$TK_f = \frac{1}{f_0}\frac{df_0}{dT} = -\frac{1}{2}\left(\frac{1}{L}\frac{dL}{dT} + \frac{1}{C}\frac{dC}{dT}\right) = -\frac{1}{2}\left(TK_L + TK_C\right) = 0 \tag{38.6}$$

$$TK_C = -TK_L = \underline{-10^{-3}\,/\,°\mathrm{C}} \tag{38.7}$$

Dejansko odstopanje frekvence na mejah temperaturnega intervala izračunamo iz (38.3) z vrednostmi elementov pri mejnih temperaturah. Relativni spremembi kapacitivnosti in induktivnosti sta po velikosti enaki ter nasprotnega predznaka. Velikost te spremembe označimo z Δ.

$$\Delta = TK_L\left(T_{max} - T_{min}\right) = TK_L \Delta T \tag{38.8}$$

$$L\left(T_{\max}\right) = L\left(1+\Delta\right) \quad \text{in} \quad C\left(T_{\max}\right) = C\left(1-\Delta\right) \tag{38.9}$$

$$\begin{aligned} f\left(T_{max}\right) &= \frac{1}{2\pi\sqrt{LC\left(1+\Delta\right)\left(1-\Delta\right)}} = \\ &= \frac{1}{2\pi\sqrt{LC\left(1-\Delta^2\right)}} = f_0 \frac{1}{\sqrt{1-\Delta^2}} \end{aligned} \tag{38.10}$$

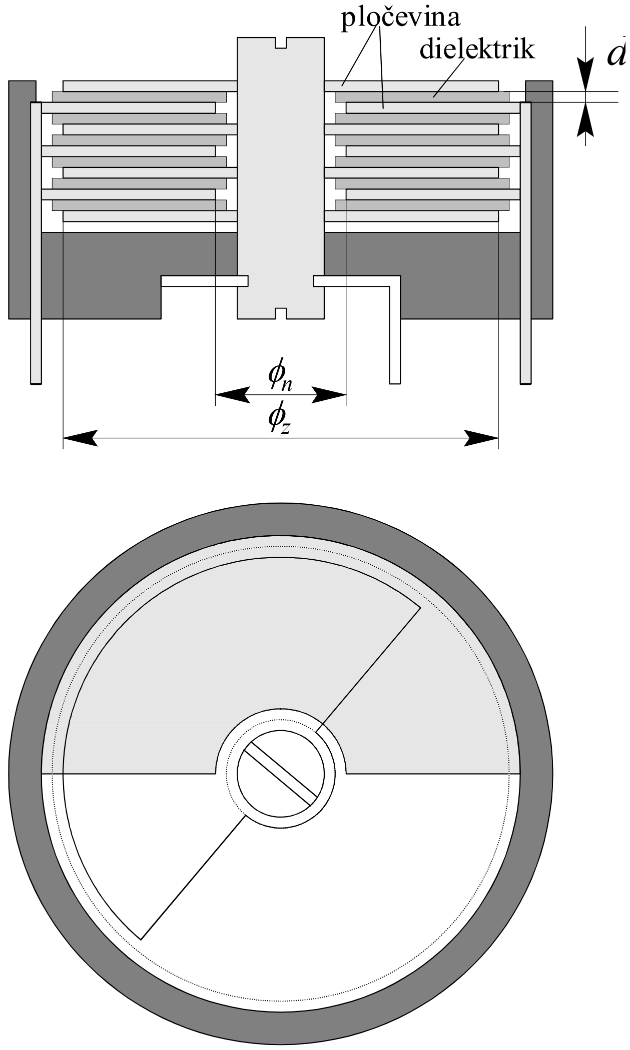
Velikost relativne spremembe elementov (38.8) izračunamo za maksimalno spremembo temperature $\Delta T = 60°\mathrm{C}$. Gornji izraz delimo z f_0, da dobimo relativno frekvenco na zgornji meji temperaturnega intervala

$$\frac{f\left(T_{max}\right)}{f_0} = \frac{1}{\sqrt{1-\Delta^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-\left(TK_L \Delta T\right)^2}} = 1,0018 \tag{38.11}$$

Relativna sprememba frekvence temperaturno kompenziranega oscilatorja na gornji meji intervala ($T = 80°\mathrm{C}$) je $1{,}8 \cdot 10^{-3}$. V kolikor bi kapacitivnost kondenzatorja določili pri temperaturi na sredini intervala, bi bila ta napaka manjša ($8 \cdot 10^{-4}$) seveda glede na frekvenco oscilatorja pri 50°C.

Naloga 39

Na sliki 39.1 sta prikazana prerez in tloris folijskega nastavljivega kondenzatorja. Med ploščami rotorja in statorja je dielektrična folija debeline $d = 0{,}1$ mm z relativno dielektričnostjo $\varepsilon_r = 3{,}5$. Premera polkrogov označenih na sliki sta: $\phi_n = 3$ mm in $\phi_z = 10$ mm. Koliko znaša največja kapacitivnost takega kondenzatorja, če upoštevamo le kapacitivnost prekrivajočih plošč statorja in rotorja?



Slika 39.1 – Prerez in tloris folijskega nastavljivega kondenzatorja

Rešitev:

Iz zgradbe vrtljivega kondenzatorja na sliki 39.1 lahko ugotovimo, da ga sestavlja šest vzporedno vezanih ploščatih kondenzatorjev. Največjo kapacitivnost posameznega kondenzatorja dosežemo tedaj, ko je prekrivanje plošč rotorja in statorja največje.

$$C_{max} = 6C = 6\frac{\varepsilon A}{d} \tag{39.1}$$

A je ploščina polovice kolobarja z notranjim premerom ϕ_n in zunanjim premerom ϕ_z, ki jo lahko zapišemo

$$A = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{\phi_z^2 - \phi_n^2}{4} = \frac{\pi\left(\phi_z^2 - \phi_n^2\right)}{8} \tag{39.2}$$

$$C_{max} = \frac{6\varepsilon_0 \varepsilon_r \pi\left(\phi_z^2 - \phi_n^2\right)}{8d} = \frac{3\varepsilon_0 \varepsilon_r \pi\left(\phi_z - \phi_n\right)\left(\phi_z + \phi_n\right)}{4d} \tag{39.3}$$

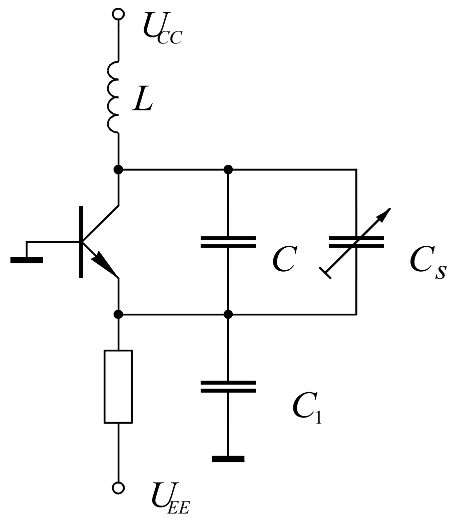
$$C_{max} = \frac{3 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12}\ \text{As/Vm} \cdot 3{,}5 \cdot \pi \cdot 7\ \text{mm} \cdot 13\ \text{mm}}{4 \cdot 0{,}1\ \text{mm}} = \underline{66{,}4\ \text{pF}} \tag{39.4}$$

Minimalna kapacitivnost, ki jo dosežemo, ko plošče rotorja izmaknemo iz statorja, ni enaka nič, ker v izračunu nismo upoštevali vseh stresanj. Tipična vrednost C_{min}, ki jo proizvajalci takih kondenzatorjev podajajo, je 20% maksimalne, torej približno 2pF.

Naloga 40

Oscilatorju iz naloge 38 želimo spreminjati frekvenco s spremenljivim kondenzatorjem, kot je prikazano na električni shemi (slika 40.1). Kolikšna mora biti maksimalna kapacitivnost C_{max} nastavljivega kondenzatorja, da lahko z njim spreminjamo frekvenco oscilatorja v mejah ±1%?

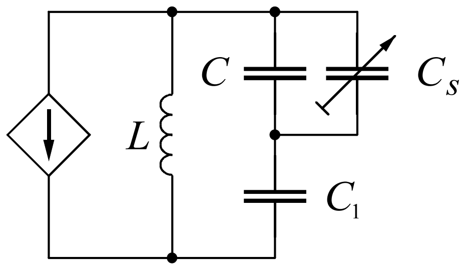
$C = 10\ \text{nF}$ $\Delta f / f_0 = \pm 1\%$



Slika 40.1 – Oscilator s kondenzatorskim nastavljanjem frekvence

Rešitev:

Zaradi majhnih sprememb frekvence lahko računamo potrebno vrednost C_S iz občutljivosti frekvence oscilatorja, ki je določena kot resonančna frekvenca paralelnega nihajnega kroga, ki ga napaja krmiljen tokov generator (slika 40.2).



Slika 40.2 – Paralelni nihajni krog oscilatorja

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC'}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{L(C+C_S)}} \tag{40.1}$$

C' je nadomestna kapacitivnost zaporedne vezave kondenzatorjev, ki pa je zaradi velikega C_1 približno enaka vsoti C in C_S. Zaradi majhnih sprememb lahko diferenciale zamenjamo z diferencami in nato izračunamo potrebno spremembo kapacitivnosti $\Delta C'$. Z logaritmiranjem in odvajanjem (40.1) dobimo

$$\frac{df_0}{f_0} = -\frac{1}{2}\left(\frac{dL}{L} + \frac{dC'}{C'}\right) \tag{40.2}$$

Ker ima zahtevana sprememba frekvence Δf_0 pozitiven in negativen predznak (povišanje in znižanje frekvence f_0), sprememba kapacitivnosti $\Delta C'$ pa je le pozitivna, v enačbi (40.2) ne upoštevamo predznaka temveč računamo z dvojno relativno spremembo frekvence.

$$2\frac{\Delta f_0}{f_0} = \frac{1}{2}\frac{\Delta C'}{C'} = \frac{1}{2}\frac{\Delta C_s}{C} \tag{40.3}$$

$$\Delta C_s = 4C\frac{\Delta f_0}{f_0} = 4 \cdot 10 \text{ nF} \cdot 0{,}01 = 400 \text{ pF} \tag{40.4}$$

Izračunana vrednost ΔC_S je potrebna sprememba kapacitivnosti spremenljivega kondenzatorja. Ker moramo upoštevati, da je najmanjša kapacitivnost C_{min} zaradi tehnoloških omejitev približno 10 ÷ 20% maksimalne, dobimo

$$\Delta C_s = 0{,}9 \cdot C_{max} \Rightarrow C_{max} = \frac{\Delta C_s}{0{,}9} \approx \underline{450 \text{ pF}} \tag{40.5}$$

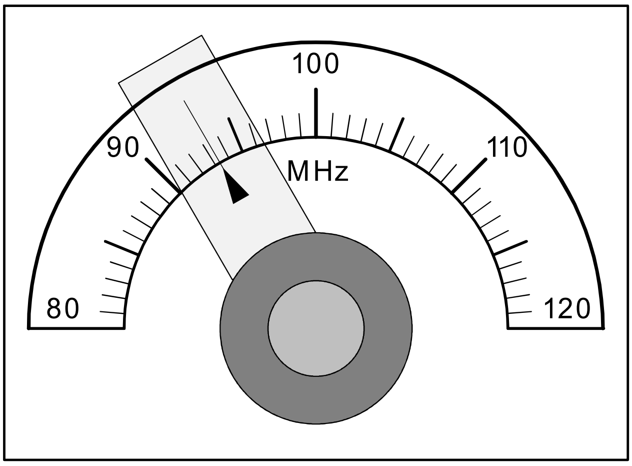
Upoštevali smo nižjo vrednost podanega intervala, ker gre za relativno veliko kapacitivnost in pri teh so stresanja manjša. Običajne vrednosti spremenljivih kondenzatorjev v izvedbi, podani v nalogi 39, so vsaj 10-krat nižje, zato bi tak oscilator lahko realizirali le s spremenjenimi vrednostmi komponent nihajnega kroga. Poleg tega bi za nastavitev pravilne frekvence morali zmanjšati vrednost kapacitivnosti C, saj smo računali spremembo kondenzatorja le v pozitivnem smislu, to pa po (40.2) pomeni le znižanje frekvence f_0.

Naloga 41

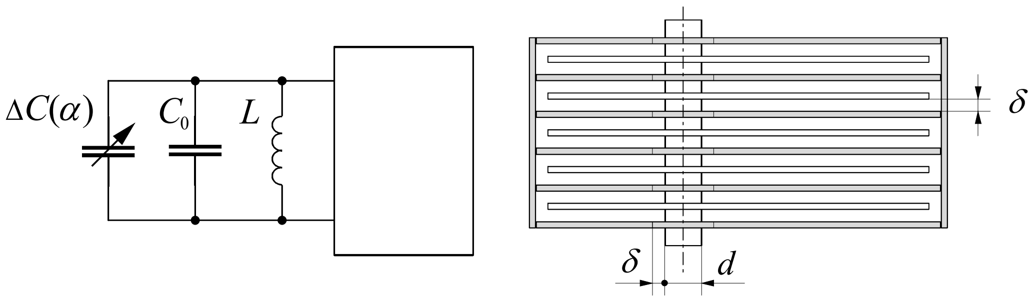
Določite dimenzije in obliko rotorskih plošč (lamel) vrtilnega zračnega kondenzatorja za nastavljanje frekvence oscilatorja, da bo frekvenčna skala sinusnega generatorja linearna, kot jo kaže slika 41.1. Frekvenca oscilatorja je določena z resonanco paralelnega nihajnega kroga z induktivnostjo $L = 50$ nH (slika 41.2 a). Os rotorja, na katerem je pet plošč, ima premer $d = 3$ mm. Razdalja med ploščami rotorja oz. osjo rotorja in statorjem je $\delta = 1$ mm (slika 41.2 b).

$f_1 = 80$ MHz $\quad f_2 = 120$ MHz $\quad L = 50$ nH $\quad n = 5$

$\delta = 1$ mm $\quad d = 4$ mm $\quad \varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ As/Vm



Slika 41.1 – Frekvenčna skala sinusnega generatorja



Slika 41.2 – a) Shema oscilatorja b) Tloris vrtilnega kondenzatorja

Rešitev:

Z vrtenjem rotorja vrtilnega kondenzatorja spreminjamo prekrivanje med ploščami rotorja in statorja, in s tem njegovo kapacitivnost. Maksimalni zasuk rotorja je pol obrata (180°), pri čemer se njegova kapacitivnost spremeni od 0 do ΔC_{max} ali obratno, odvisno od smeri sukanja in izvedbe kondenzatorja. Skala gumba za nastavljanje frekvence mora biti linearna (slika 41.1), zato za frekvenco v odvisnosti od zasuka gumba α v radianih velja zveza

$$f(\alpha) = f_1 + \frac{f_2 - f_1}{\pi}\alpha, \; 0 \le \alpha \le \pi \tag{41.1}$$

Frekvenca nihanja je določena z resonanco paralelnega nihajnega kroga. Celotna kapacitivnost je vsota fiksne kapacitivnosti C_0 in spremenljive $\Delta C(\alpha)$. Odvisnost oscilatorjeve frekvence od ΔC je

$$f\left(\Delta C\right)=\frac{1}{2\pi\sqrt{L\left(C_0+\Delta C\right)}}, \tag{41.2}$$

od koder izračunamo potrebno kapacitivnost za zahtevani frekvenčni pas.

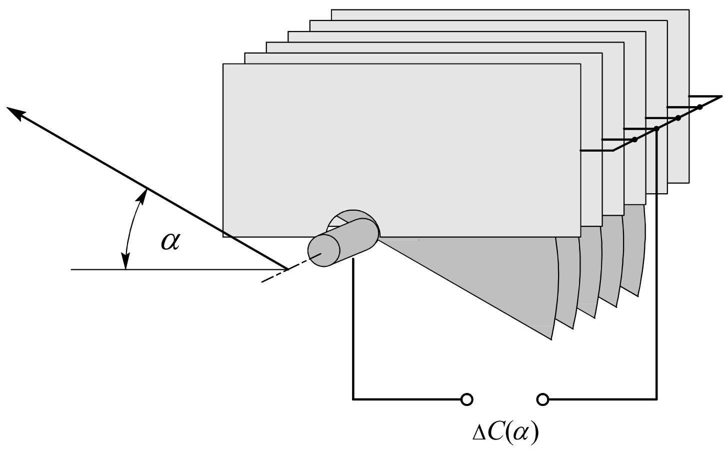
$$C_0+\Delta C=\frac{1}{L\left(2\pi f\right)^2} \tag{41.3}$$

Iz izraza (41.3) in frekvenčnih mej f_1 in f_2 izračunamo kapacitivnost C_0 in maksimalno kapacitivnost vrtilnega kondenzatorja ΔC_{max}. Pri izračunu predpostavimo, da je pri gornji mejni frekvenci f_2 kapacitivnost vrtilnega kondenzatorja $\Delta C_{min} = 0$.

$$C_0=\frac{1}{L\left(2\pi f_2\right)^2}=\frac{1}{5\cdot 10^{-8}\ \mathrm{H}\cdot\left(2\pi\cdot 1{,}2\cdot 10^8\ \mathrm{s}^{-1}\right)^2}=35{,}1\ \mathrm{pF} \tag{41.4}$$

$$\Delta C_{max}=\frac{1}{L\left(2\pi f_1\right)^2}-C_0=44\ \mathrm{pF} \tag{41.5}$$

Iz (41.3) oz. (41.5) sledi, da se mora pri sukanju gumba v desno kapacitivnost zmanjševati, kar dosežemo z namestitvijo vrtilnega kondenzatorja, ki je prikazana na sliki 41.3.



Slika 41.3 – Položaj vrtilnega kondenzatorja glede na frekvenčno skalo

V (41.3) vstavimo odvisnost frekvence od zasuka α (41.1) in izrazimo zakonitost, po kateri se mora spreminjati kapacitivnost vrtilnega kondenzatorja. Zaradi preglednejšega zapisa enačb zapišemo $f_2 - f_1 = \Delta f$.

$$\Delta C(\alpha) = \frac{1}{L(2\pi)^2\left(f_1 + \frac{f_2 - f_1}{\pi}\alpha\right)^2} - C_0 = \frac{1}{L(2\pi\Delta f)^2\left(\frac{f_1}{\Delta f} + \frac{\alpha}{\pi}\right)^2} - C_0 \tag{41.6}$$

V (41.6) definiramo koeficient A s katerim poenostavimo izraz (41.6).

$$A = \frac{1}{L(2\pi\Delta f)^2} = 3{,}16 \cdot 10^{-10}\,\mathrm{F} \tag{41.7}$$

$$\Delta C(\alpha) = A\left(\frac{f_1}{\Delta f} + \frac{\alpha}{\pi}\right)^{-2} - C_0 \tag{41.8}$$

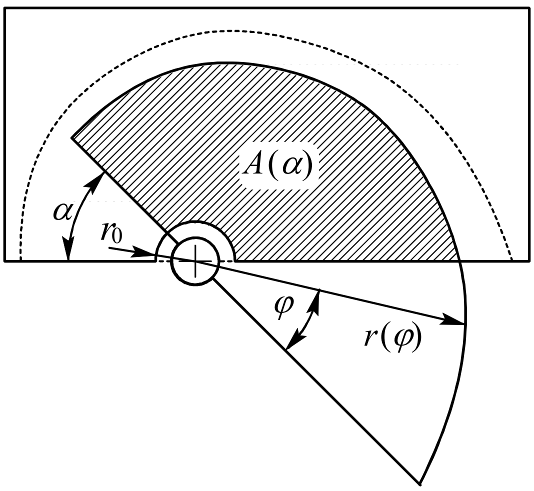
Kapacitivnost vrtilnega kondenzatorja računamo kot paralelno vezavo ploščatih zračnih kondenzatorjev s ploščino, ki ustreza prekrivanju med rotorskimi in statorskimi ploščami. Iz podatkov in slike 41.2b ugotovimo, da je takih kondenzatorjev enako dvojnemu številu rotorskih lamel, ker jih stator obdaja. Kapacitivnost vrtilnega kondenzatorja tedaj zapišemo

$$\Delta C(\alpha) = 2n\frac{\varepsilon_0 A(\alpha)}{\delta} = K\,A(\alpha)\,, \tag{41.9}$$

kjer je

$$K = \frac{2n\varepsilon_0}{\delta} = \frac{2 \cdot 5 \cdot\ 8{,}85 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{As/Vm}}{10^{-3}\mathrm{m}} = 8{,}85 \cdot 10^{-8}\,\frac{\mathrm{As}}{\mathrm{Vm}^2}\,, \tag{41.10}$$

ploščina $A(\alpha)$ pa je s črtkanjem označeni del površine rotorske plošče na sliki 41.4. To ploščino najlaže izračunamo v polarnih koordinatah.



Slika 41.4 – Prerez kondenzatorja z zasukanim rotorjem

Diferencial ploskve v polarnih koordinatah je $dA = r\ dr\ d\varphi$ in tega integriramo v mejah, ki omejujejo šrafirano ploskev. Kot φ po katerem integriramo, teče od α do π, r pa od r_0 do $r(\varphi)$. Notranji radij r_0 je konstanten in je določen s premerom osi rotorja in zračnostjo δ.

$$r_0 = \frac{d}{2} + \delta = 3\ \mathrm{mm} \tag{41.11}$$

$$A(\alpha) = \int_{\alpha}^{\pi} \int_{r_0}^{r(\varphi)} r\,dr\,d\varphi = \int_{\alpha}^{\pi} \left.\frac{r^2}{2}\right|_{r_0}^{r(\varphi)} d\varphi = \frac{1}{2}\int_{\alpha}^{\pi} \left(r(\varphi)^2 - r_0^2 \right) d\varphi \tag{41.12}$$

Dobljeni izraz za ploščino prekrivajočih lamel vstavimo v (41.9) hkrati pa zamenjamo meji določenega integrala.

$$\Delta C(\alpha) = -\frac{K}{2}\int_{\pi}^{\alpha} \left(r(\varphi)^2 - r_0^2 \right) d\varphi \tag{41.13}$$

Določeni integral je funkcija gornje meje, katere odvod je enak funkciji pod integralom, zato velja

$$-\frac{K}{2}\left(r(\alpha)^2 - r_0^2 \right) = \frac{dC(\alpha)}{d\alpha}. \tag{41.14}$$

Odvod na desni strani enačbe izračunamo z odvajanjem (41.8) in dobimo

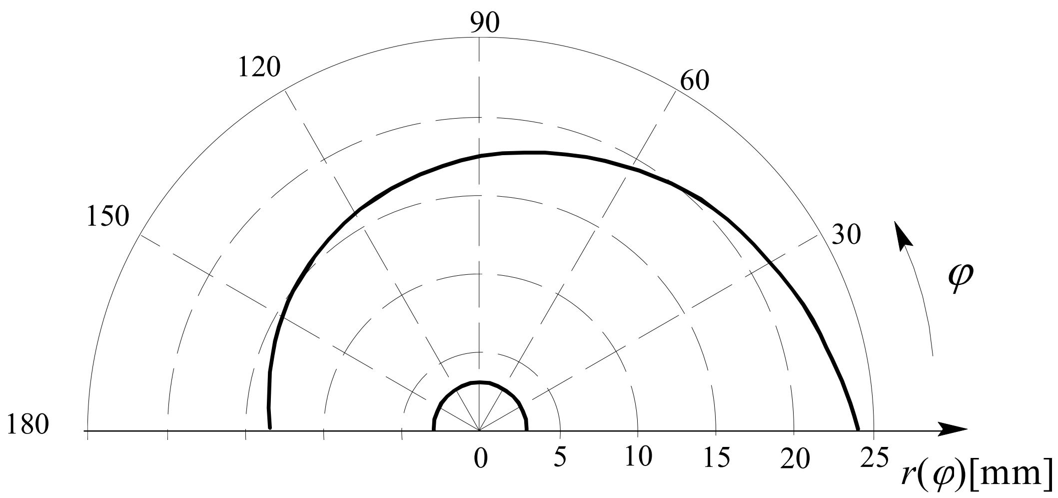
$$-\frac{K}{2}\left(r(\alpha)^2 - r_0^2 \right) = -\frac{2A}{\pi}\left(\frac{f_1}{\Delta f} + \frac{\alpha}{\pi} \right)^{-3} \tag{41.15}$$

iz (41.15) pa sedaj lahko izrazimo iskano odvisnost $r(\varphi)$. Zasuk α lahko zamenjamo s kotom φ, s katerim bomo izrazili končno obliko rotorskih plošč v polarnem koordinatnem sistemu saj je določeni integral (41.13) neodvisen od integracijske spremenljivke.

$$r(\varphi) = \sqrt{\frac{4A}{\pi K}\left(\frac{f_1}{\Delta f} + \frac{\varphi}{\pi} \right)^{-3} + r_0^2} \tag{41.16}$$

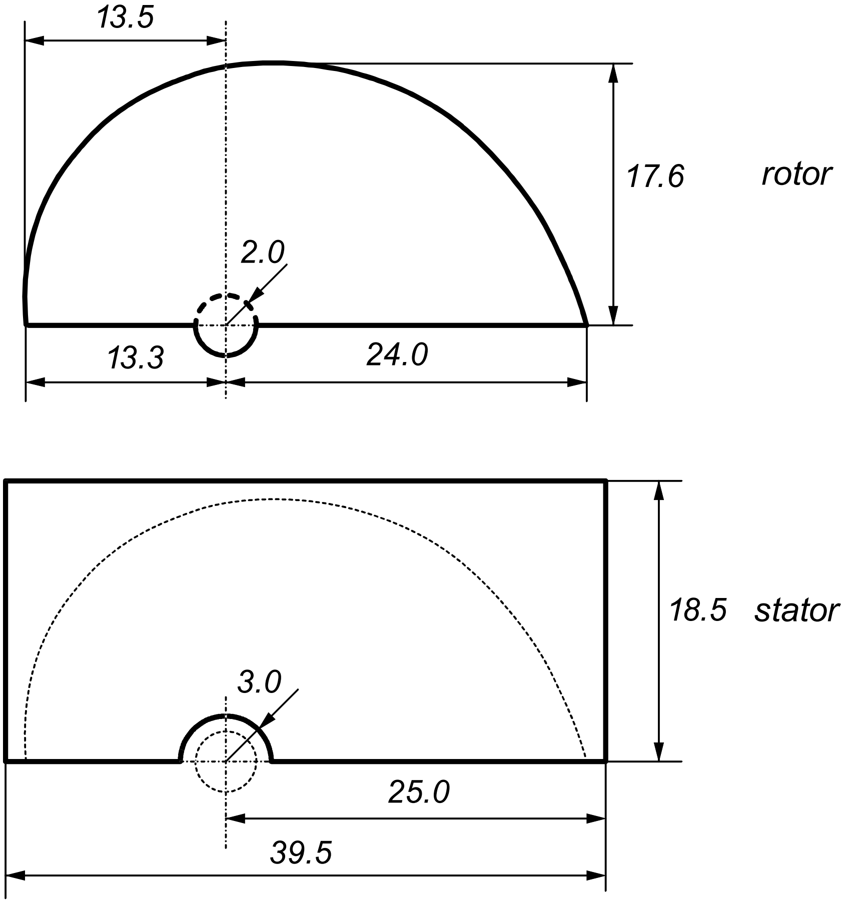
V (41.16) vstavimo izračunane vrednosti A, K ter r_0 in dobimo končni izraz. Zaradi preglednosti izrazimo rezultat v milimetrih.

$$r(\varphi) = \sqrt{4555\left(2 + \frac{\varphi}{\pi} \right)^{-3} + 9} \cdot \mathrm{mm} \tag{41.17}$$



Slika 41.5 – Polmer $r(\varphi)$ v polarnem diagramu

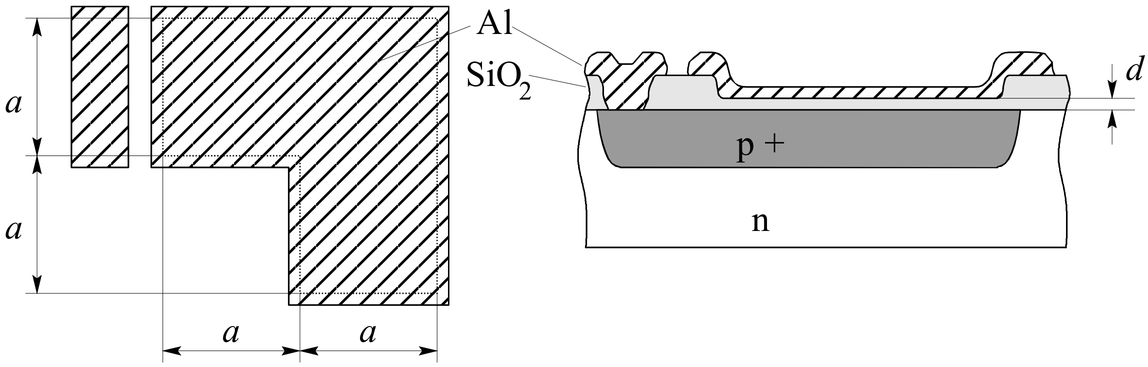
Diagram funkcije $r(\varphi)$ (41.17) je prikazan na sliki 41.5. Vrisan je tudi polkrog z radijem r_0, ki predstavlja potrebni izrez v statorskih ploščah. Na sliki 41.6 so prikazane mere in oblika rotorskih in statorskih plošč za izdelavo izračunanega kondenzatorja.
Pri praktični realizaciji moramo upoštevati, da podani izračun ni popolnoma eksakten, saj smo uporabili kar nekaj poenostavitev izračuna kapacitivnosti. Električno polje ni omejeno le na prostor med prekrivajočimi se ploščami, temveč obstaja tudi izven njih, seveda pa to polje ni homogeno, kot ga predpostavlja izraz za izračun kapacitivnosti (41.9). Posledica takega izračuna je izrazita predvsem pri maksimalnem zasuku ($\alpha = 180°$), ko bi morala kapacitivnost biti nič, praktično pa ostane neka stresana kapacitivnost C_S. Znižanje frekvence oscilatorja, zaradi prevelike kapacitivnost nihajnega kroga, enostavno kompenziramo z zmanjšanjem vrednosti kondenzatorja C_0.
Izračunano obliko in dimenzije vrtilnega kondenzatorja lahko preverimo z izračunom maksimalne kapacitivnosti $\Delta C(0)$ po enačbi (41.13), v katero vstavimo $r(\varphi)$ iz (41.16) oziroma (41.17).



Slika 41.6 – Dimenzije rotorskih in statorskih lamel (ohišja)

Naloga 42

Kolikšna je prebojna napetost integriranega MOS kondenzatorja s kapacitivnostjo $C = 40$ pF? Dimenzije kondenzatorja so podane na sliki 42.1. Prebojna trdnost silicijevega dioksida (SiO_2) je $E_B = 3 \cdot 10^6$ V/cm, relativna dielektričnost pa je $\varepsilon_r = 4$. Kolikšna je debelina oksida?
$a = 80$ µm



Slika 42.1 – Geometrija integriranega MOS kondenzatorja

Rešitev:

Iz podane geometrije moramo najprej izračunati debelino d tanke oksidne plasti med metalizacijo in difundirano p^+ plastjo, ki predstavlja drugo elektrodo ploščatega kondenzatorja.

$$C = \frac{\varepsilon A}{d} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r 3a^2}{d} \tag{42.1}$$

$$d = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r 3a^2}{C} \tag{42.2}$$

$$d = \frac{8{,}85 \cdot 10^{-12}\ \text{As} \cdot 4 \cdot 3 \cdot \left(80 \cdot 10^{-6}\ \text{m}\right)^2}{\text{Vm} \cdot 40 \cdot 10^{-12}\ \text{F}} = 1{,}699 \cdot 10^{-8}\ \text{m} = \underline{17\ \text{nm}} \tag{42.3}$$

Iz znane debeline d in dielektrične trdnosti silicijevega dioksida izračunamo še U_B.

$$U_B = E_B d = 3 \cdot 10^8\ \text{Vm}^{-1} \cdot 17 \cdot 10^{-9}\ \text{m} = \underline{5{,}1\ \text{V}} \tag{42.4}$$

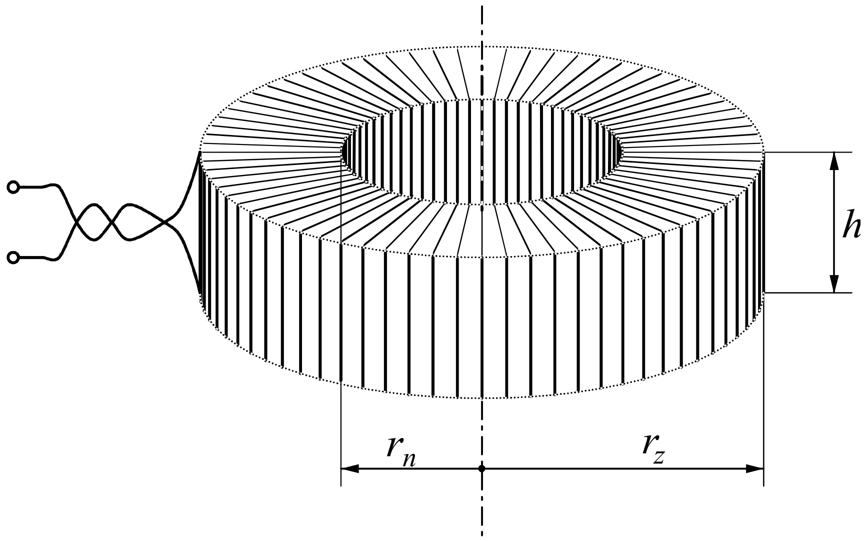
5. POGLAVJE

TULJAVE

Naloga 43

Izračunajte induktivnost zračne toroidne tuljave na sliki 43.1. Tuljava ima $N = 100$ ovojev, ki so naviti v enem samem sloju.

$h = 2$ cm $\qquad r_n = 2$ cm $\qquad r_z = 4$ cm $\qquad \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Vs/Am



Slika 43.1 – Zračna toroidna tuljava kvadratnega preseka

Rešitev:

Induktivnost tuljave povezuje njen tok z magnetnim sklepom ψ.

$$I L = \psi = \sum_{j=1}^{N} \Phi_j \tag{43.1}$$

V (43.1) je Φ_j magnetni pretok skozi j-ti ovoj tuljave. Ker je navitje tuljave enoslojno in toroidno, je magnetni fluks skozi vse ovoje tuljave enak

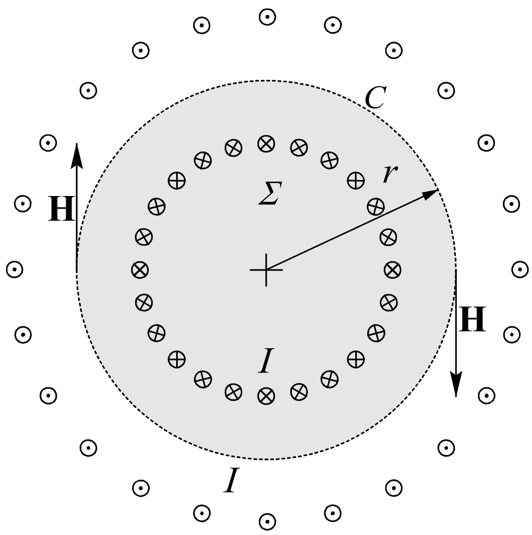
$$\Phi_j = \Phi\,, \tag{43.2}$$

zato lahko (43.1) zapišemo kot

$$I L = N\Phi \tag{43.3}$$

in od tod dobimo znani izraz za induktivnost

$$L = \frac{N\Phi}{I} \tag{43.4}$$



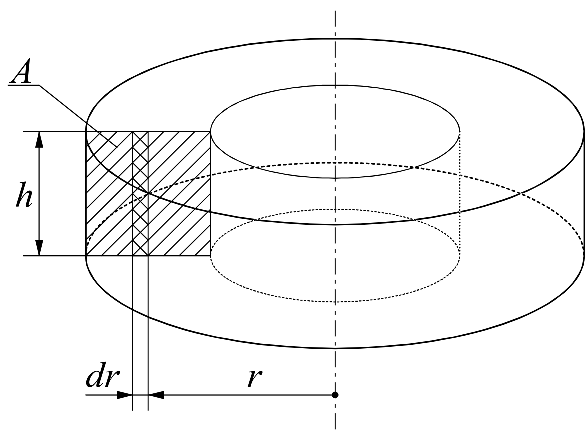
Slika 43.2 – Silnice magnetnega polja v notranjosti ovojev

Pogled z vrha na toroid (slika 43.2) nam odkrije simetričnost magnetnega polja. Vektor magnetne poljske jakosti **H** je povsod pravokoten na ravnino posameznega ovoja, skozi katerega moramo izračunati magnetni pretok. Maxwellovo enačbo za magnetno polje **H** v integralski obliki (43.5) lahko poenostavimo, če si za sklenjeno krivuljo *C* izberemo krog s polmerom r ($r_n < r < r_z$) in središčem v osi toroida; z $H(r)$ označimo absolutno vrednost magnetnega polja $\mathbf{H}(r)$, njegova smer pa sovpada s smerjo diferenciala poti $d\mathbf{s}$. Desna stran (43.5) predstavlja celoten tok skozi ploskev Σ, ki je razpeta čez sklenjeno krivuljo *C*.

$$\oint_C \mathbf{H} d\mathbf{s} = \int_\Sigma \mathbf{J} d\mathbf{a} \tag{43.5}$$

$$H(r)\oint_C ds = H(r)\,2\pi r = NI \tag{43.6}$$

$$H(r) = \frac{NI}{2\pi r} \tag{43.7}$$



Slika 43.3 – Skica za izračun magnetnega pretoka

Črtkani kvadrat A na sliki 43.3 predstavlja ploskev, kakršno oklepajo posamezni ovoji tuljave, zato predstavlja Φ v (43.3) magnetni pretok skozi tako ploskev. Smer magnetnega polja **H** je pravokotna na ploskev, zato lahko skalarni produkt vektorjev zamenjamo z navadnim množenjem. V (43.8) se magnetno polje spreminja le z radijem r.

$$\Phi = \int_A \mathbf{B} d\mathbf{a} = \int_{r_n}^{r_z} \mu_0 H(r) h dr = \frac{\mu_0 N I h}{2\pi} \int_{r_n}^{r_z} \frac{dr}{r} = \frac{\mu_0 N I h}{2\pi} \ln \frac{r_z}{r_n} \tag{43.8}$$

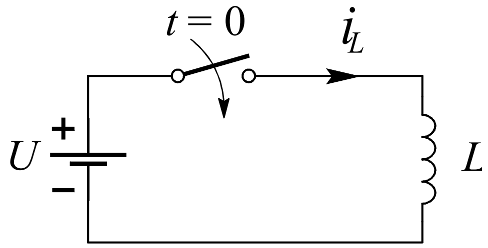
Gornji izraz za magnetni pretok Φ vstavimo v izraz za induktivnost (43.4) in dobimo končni rezultat

$$L = \frac{\mu_0 N^2 h}{2\pi} \ln \frac{r_z}{r_n} \tag{43.9}$$

$$L = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \,\mathrm{Vs} \cdot 100^2 \cdot 0{,}02\ \mathrm{m}}{\mathrm{Am}\ 2\pi} \ln \frac{4}{2} = \underline{27{,}7\ \mu\mathrm{H}} \tag{43.10}$$

Naloga 44

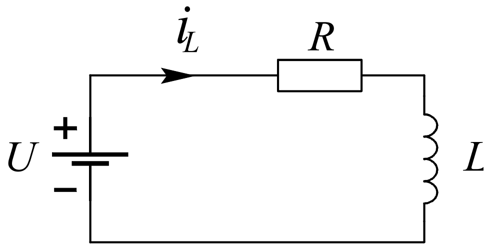
Tuljavo z induktivnostjo L = 100 mH v trenutku t = 0 priklopimo na izvor enosmerne napetosti, kot kaže slika 44.1. Tok $i_L(t)$ doseže polovico svoje končne vrednosti v času t_1 = 1 ms po sklenitvi stikala. Koliko znaša frekvenca, pri kateri je absolutna vrednost impedance tuljave 1 kΩ? Kolikšna je kvaliteta Q tuljave pri tej frekvenci?



Slika 44.1 – Električna shema merilnega vezja

Rešitev:

Iz podatkov najprej izračunamo serijsko ohmsko upornost tuljave R, s katero je določena končna vrednost toka i_∞.



Slika 44.2 – Nadomestno vezje resnične tuljave

$$U = u_R + u_L = Ri_L + L\frac{di_L}{dt} \tag{44.1}$$

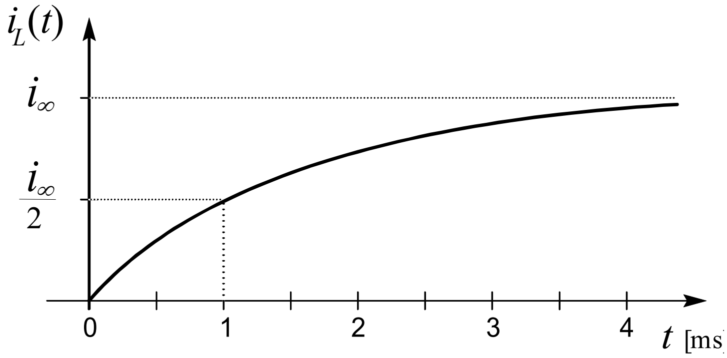
$$i_L + \frac{L}{R}\frac{di_L}{dt} = \frac{U}{R} \tag{44.2}$$

Gornjo nehomogeno diferencialno enačbo moramo rešiti za začetni pogoj $i_L(0) = 0$. Splošna rešitev, ki jo dobimo kot vsoto rešitve homogene enačbe in partikularne rešitve je

$$i_L(t) = Ae^{-\frac{R}{L}t} + \frac{U}{R} \tag{44.3}$$

Konstanto A izračunamo iz začetnega pogoja in dobimo končno rešitev

$$i_L(t) = \frac{U}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right) \tag{44.4}$$



Slika 44.3 – Potek toka i_L po vklopu stikala

Ohmsko upornost R določimo iz (44.4) in časa t_1

$$i_L(t_1) = \frac{U}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t_1}\right) = \frac{1}{2}\frac{U}{R} \tag{44.5}$$

$$e^{-\frac{R}{L}t_1} = \frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad R = \frac{L}{t_1}\ln 2 = \frac{0,1\,\mathrm{H}}{0,001\,\mathrm{s}}\ln 2 = \underline{69,3\Omega} \tag{44.6}$$

Iz izraza za izračun absolutne vrednosti impedance tuljave (44.7) izračunamo iskano frekvenco.

$$\left|Z_L\right|^2 = R^2 + \left(\omega L\right)^2 \tag{44.7}$$

$$\omega = \frac{\sqrt{\left|Z_L\right|^2 - R^2}}{L} \tag{44.8}$$

$$f = \frac{\sqrt{\left|Z_L\right|^2 - R^2}}{2\pi L} = \frac{\sqrt{10^6 - 69,3^2}\,\Omega}{2\pi \cdot 0,1\,\mathrm{H}} = \underline{1587,7\,\mathrm{Hz}} \tag{44.9}$$

$$Q = \frac{\omega L}{R} = \frac{2\pi f L}{R} = \underline{14,4} \tag{44.10}$$

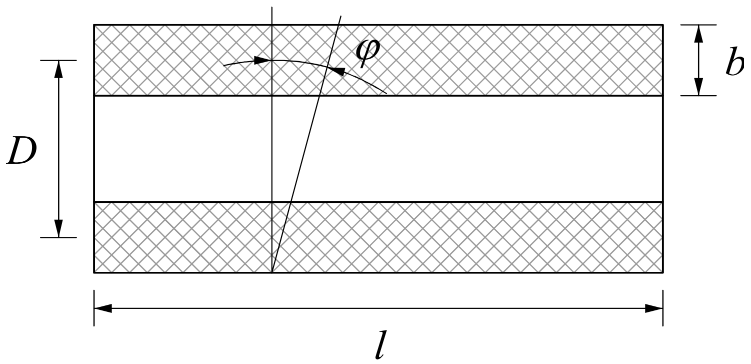
Naloga 45

Induktivnost dolge zračne tuljave lahko izračunamo s spodnjo empirično formulo (45.1), v katero moramo vstaviti dimenzije v centimetrih. Rezultat je induktivnost tuljave v μH.

$$L[\mu\mathrm{H}] = \frac{D^2 N^2}{50\left(D + 2l + b + \dfrac{1,3bl}{D}\right)} \quad ; \quad D, l, b\ [\mathrm{cm}] \tag{45.1}$$

Za tuljavo na sliki 45.1 izračunajte induktivnost L, upornost bakra R_{Cu}, izgubni faktor tgδ in kvaliteto Q pri frekvenci 10 kHz! Navitje tuljave ima 200 ovojev bakrene žice in je navito pod kotom 15°, kot je prikazano na sliki. Navitje izpolnjuje šrafirani del prereza tuljave tako, da efektivni presek bakra dosega polnilni faktor 0,5. Dimenzije tuljave so:

$D = 10$ mm	$b = 4$ mm	$l = 5$ cm	$N = 200$	$\varphi = 15°$
$f = 10$ kHz	$k_{Cu} = 0,5$	$\rho_{Cu} = 1,75 \cdot 10^{-8}\ \Omega\mathrm{m}$		



Slika 45.1 – Vzdolžni prerez zračne tuljave

Rešitev:

Izračun induktivnosti je enostaven, saj uporabimo empirično formulo (45.1)

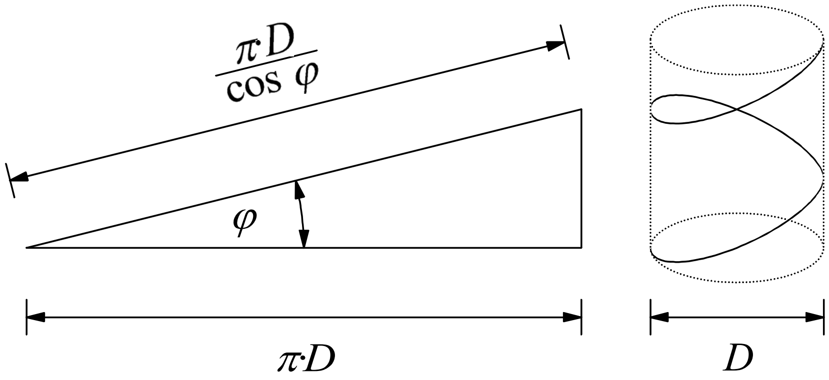
$$L[\mu\mathrm{H}] = \frac{1^2\, 200^2}{50\left(1 + 10 + 0,4 + \dfrac{1,3 \cdot 0,4 \cdot 5}{1}\right)} = \underline{57,14\ \mu\mathrm{H}} \tag{45.2}$$

Upornost bakrenega navitja izračunamo z znanim obrazcem za upornost žice (45.3)

$$R_{Cu} = \frac{\rho_{Cu}\, l_{Cu}}{A_{Cu}} \tag{45.3}$$

Dolžino bakrenega navitja tuljave izračunamo iz srednjega premera tuljave in števila ovojev, pri čemer upoštevamo tudi povečanje dolžine žice zaradi kota navijanja, kakor je to razvidno iz slike 45.2.

$$l_{Cu} = \frac{\pi D N}{\cos\varphi} \tag{45.4}$$



Slika 45.2 – Ilustracija k izračunu dolžine enega ovoja

Presek žice A_{Cu} je efektivni presek navitja deljen s številom ovojev.

$$A_{Cu} = \frac{l\,b\,k_{Cu}}{N} \tag{45.5}$$

$$R_{Cu} = \frac{\rho_{Cu} N^2 \pi D}{l\,b\,k_{Cu}\cos\varphi} \tag{45.6}$$

$$R_{Cu} = \frac{1,75\cdot 10^{-8}\,\Omega\mathrm{m}\cdot 200^2\cdot\pi\cdot 10^{-2}\,\mathrm{m}}{5\cdot 10^{-2}\,\mathrm{m}\cdot 4\cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}\cdot 0,5\cdot\cos 15°} = \underline{0,227\,\Omega} \tag{45.7}$$

Kvaliteto tuljave pri $f = 10$ kHz izračunamo le z upoštevanjem ohmske upornosti navitja R_{Cu} in absolutne vrednosti reaktance tuljave po znani formuli.

$$Q = \frac{\omega L}{R_{Cu}} = \frac{2\pi f L}{R_{Cu}} = \frac{2\pi\cdot 10^4\,\mathrm{s}^{-1}\cdot 57,1\cdot 10^{-6}\,\mathrm{H}}{0,227\,\Omega} = \underline{15,8} \tag{45.8}$$

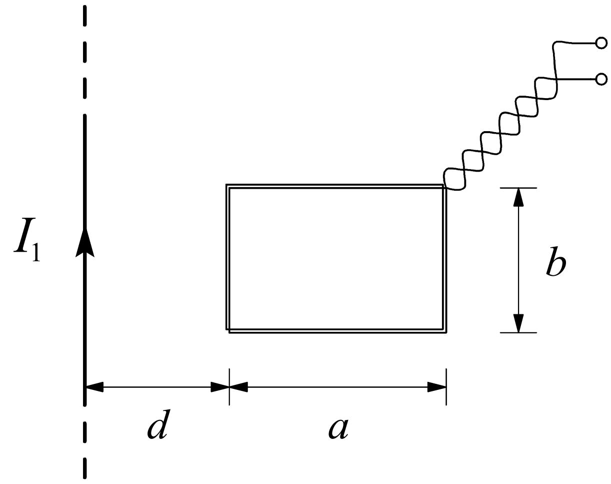
Izgubni faktor tuljave tgδ je recipročna vrednost kvalitete

$$\mathrm{tg}\,\delta = \frac{R_{Cu}}{\omega L} = \frac{1}{Q} = \underline{6,3\cdot 10^{-2}} \tag{45.9}$$

Naloga 46

Kolikšna je medsebojna induktivnost M med dolgim ravnim vodnikom in pravokotno tuljavo L_2, ki ležita v isti ravnini? Tuljava ima 50 ovojev tanke žice. Velikost tuljave L_2 in njena lega sta podani s sliko 46.1.

$N = 50$ $a = 15$ mm $b = 10$ mm $d = 10$ mm



Slika 46.1 – Lega in velikost pravokotne ploščate tuljave L_2

Rešitev:

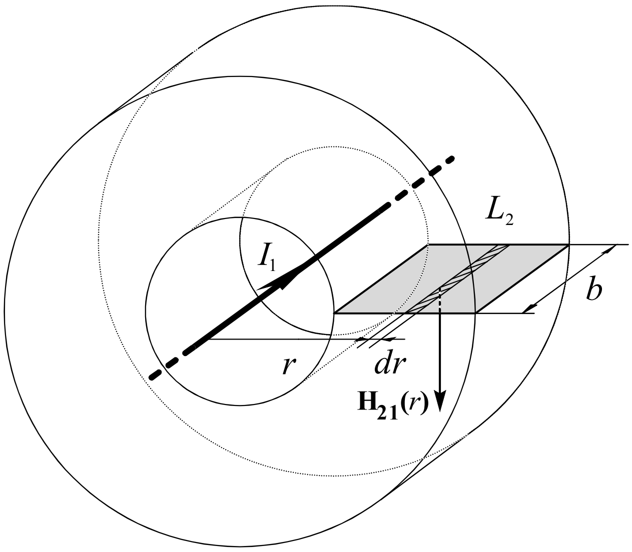
Medsebojna induktivnost je razmerje (46.1) med magnetnim sklepom prve tuljave, ki ga povzroča električni tok v drugi tuljavi in obratno.

$$M = \frac{\Psi_{12}}{I_2} = \frac{\Psi_{21}}{I_1} \tag{46.1}$$

Magnetni sklep Ψ_{12} si je težko predstavljati in še teže izračunati, saj nam ravni vodnik ne predstavlja kake tuljave. Nasprotno pa je mnogo laže izračunati Ψ_{21}, saj je magnetno polje okoli ravnega vodnika razmeroma enostavno matematično izraziti. Predstavitev magnetnega polja in magnetnega pretoka skozi tuljavo L_2 je prikazano na sliki 46.2.

Ker je tuljava L_2 navita s tanko žico, je razlika med magnetnimi pretoki posameznih ovojev zanemarljiva, zato lahko Ψ_{21}, v (46.1) izrazimo z

$$\Psi_{21} = N\Phi_{21}, \tag{46.2}$$



Slika 46.2 – Ilustracija izračuna magnetnega pretoka Φ_{21} skozi tuljavo L_2

kjer je Φ_{21} magnetni pretok skozi ovoje tuljave L_2, ki ga povzroča tok I_1 v dolgem premem vodniku. Iz enačbe (46.4) sledi izraz za velikost magnetnega polja v odvisnost od oddaljenosti od središča vodnika r

$$H_{21}(r) = \frac{I_1}{2\pi r} \tag{46.3}$$

$$\Phi_{21} = \int_d^{d+a} \mu_0 H_{21}(r) b\, dr = \frac{\mu_0 b I_1}{2\pi} \int_d^{d+a} \frac{dr}{r} = \frac{\mu_0 b I_1}{2\pi} \ln \frac{d+a}{d} \tag{46.4}$$

Iz enačb (46.1), (46.2) in gornjega rezultata sledi končni izraz za medsebojno induktivnost

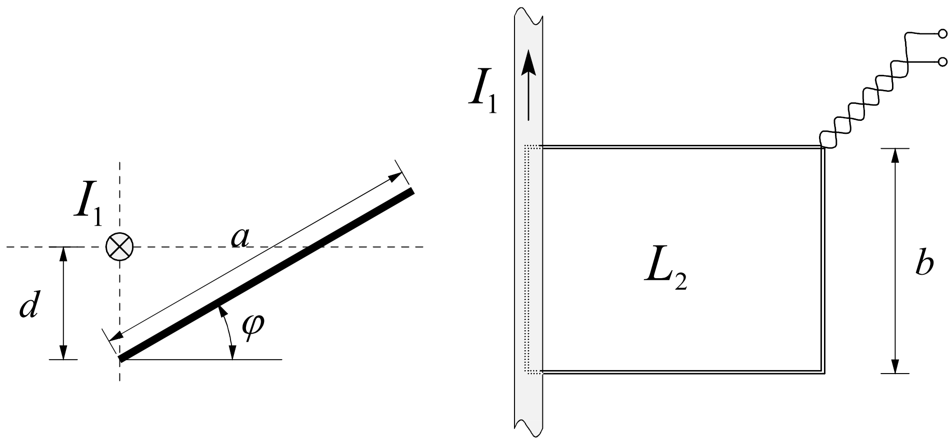
$$M = \frac{N \mu_0 b}{2\pi} \ln \frac{d+a}{d} \tag{46.5}$$

$$M = \frac{50 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}\,\mathrm{Vs} \cdot 10^{-2}\,\mathrm{m}}{2\pi\,\mathrm{Am}} \ln \frac{25}{10} = \underline{91,6\ \mathrm{nH}} \tag{46.6}$$

Naloga 47

Tuljavo iz naloge 46 premaknemo glede na ravni vodnik tako, kot je narisano na sliki 47.1. Koliko je njuna medsebojna induktivnost M v tem primeru?

$\varphi = 30°$ $d = 5$ mm $a = 15$ mm $b = 10$ mm $N = 50$

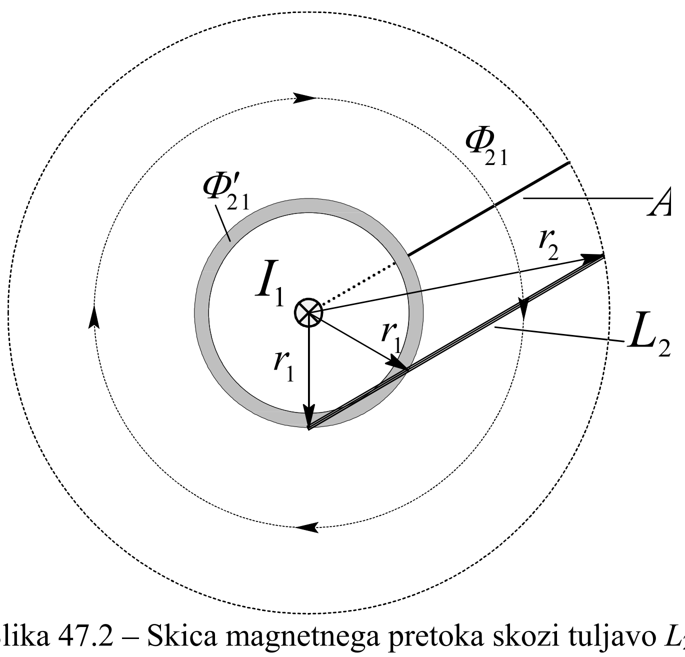


Slika 47.1 – Naris in tloris premega vodnika in tuljave L_2

Rešitev:

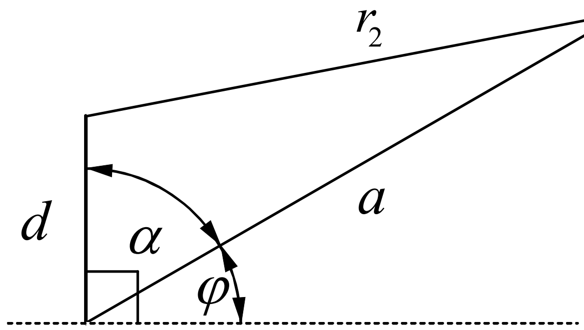
Podobno kot v nalogi 46 izračunamo medsebojno induktivnost s pomočjo magnetnega fluksa Φ_{21}, ki ga povzroča tok I_1. Razmere prikazuje slika magnetnih silnic v ravnini, ki je pravokotna na premi vodnik (slika 47.2). Magnetni pretok, ki je na sliki označen s Φ'_{21}, vstopa in izstopa skozi presek tuljave L_2 na isti strani, zato ta pretok ne inducira napetosti v ovojih tuljave. in se zaradi tega kompenzira. Efektivni magnetni fluks, ki ob svojem spreminjanju povzroča inducirano napetost v ovojih tuljave L_2, je le tisti, ki teče okoli vodnika s tokom I_1 v koncentričnem valju z višino b in polmeroma r_2 in r_1. Iz slike 47.1 lahko ugotovimo, da velja

$$r_1 = d \tag{47.1}$$



Slika 47.2 – Skica magnetnega pretoka skozi tuljavo L_2

Dolžino radija r_2 najlaže izračunamo z uporabo kosinusnega izreka v trikotniku, ki je prikazan na sliki 47.3.



Slika 47.3 – Izračun dolžine radija r_2

$$r_2^2 = a^2 + d^2 - 2ad\cos\alpha = a^2 + d^2 - 2ad\cos\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right) = \\ = a^2 + d^2 - 2ad\sin\varphi \tag{47.2}$$

$$r_2 = \sqrt{15^2 + 5^2 - 2\cdot 15\cdot 5\cdot 0{,}5\text{mm}} = 13{,}2\text{mm} \tag{47.3}$$

Efektivni magnetni pretok Φ_{21} izračunamo z integriranjem produkta $\mathbf{B}d\mathbf{a}$ preko ploskve A (slika 47.2), ki je pravokotnik v radialni ravnini s stranicama dolžine b in $(r_2 - r_1)$. Ker sta vektorja $\mathbf{B}$ in $d\mathbf{a}$ kolinearna, računamo le z velikostmi.

$$\Phi_{21} = \int_{r_1}^{r_2} \mu_0 H_{21}(r) b dr = \frac{\mu_0 b I_1}{2\pi}\int_{r_1}^{r_2}\frac{dr}{r} = \frac{\mu_0 b I_1}{2\pi}\ln\frac{r_2}{r_1} \tag{47.4}$$

$$M = \frac{N\mu_0 b}{2\pi}\ln\frac{r_2}{r_1} = \frac{50\cdot 4\pi\cdot 10^{-7}\text{Vs}\cdot 10^{-2}\text{m}}{2\pi\ \text{Am}}\ln\frac{13{,}2}{5} = \underline{97\text{nH}} \tag{47.5}$$

Naloga 48

Toroidna tuljava, navita na nemagnetnem jedru, ima induktivnost 20 μH. Določite induktivnost, kvaliteto in nadomestno vezje tuljave pri frekvenci 10 MHz, ki jo navijemo na feritno jedro enakih dimenzij in podane kompleksne permeabilnosti $\hat{\mu}$ pri f = 10 MHz.

$\hat{\mu} = 8{,}5 - j\,7{,}5 \cdot 10^{-2}$ $\qquad L_0 = 20\ \mu\text{H} \qquad f = 10\ \text{MHz}$

Rešitev:

Izgube, ki nastanejo v feritu, lahko opišemo s kompleksno per-meabilnostjo, v kateri realni del μ_s' podaja relativno permeabilnost, imaginarni μ_s'' pa posreduje izgube.

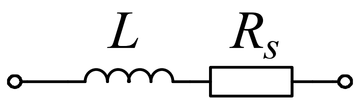
$$\hat{\mu} = \mu_s' - j\mu_s'' \tag{48.1}$$

Impedanco tuljave na feritnem jedru tedaj izračunamo kot impedanco tuljave, katere induktivnost L_0 (brez feritnega jedra) je pomnožena s kompleksno permeabilnostjo

$$\hat{Z} = j\omega\hat{\mu}L_0 = j\omega\mu_s' L_0 + \omega\mu_s'' L_0\,, \tag{48.2}$$

kar lahko zapišemo v običajni obliki, kjer so izgube tuljave predstavljene z zaporedno upornostjo (slika 48.1).

$$\hat{Z} = j\omega L + R_s \tag{48.3}$$



Slika 48.1 – Nadomestno vezje tuljave z izgubami

Iz (48.2) in (48.3) sledi

$$L = \mu_s' L_0 = 8{,}5 \cdot 20\ \mu\text{H} = \underline{170\ \mu\text{H}} \tag{48.4}$$

$$R_s = \omega\mu_s'' L_0 = 2\pi \cdot 10^7\,\text{s}^{-1} \cdot 7{,}5 \cdot 10^{-2} \cdot 20 \cdot 10^{-6}\,\frac{\text{Vs}}{\text{A}} = \underline{94{,}2\,\Omega}\,. \tag{48.5}$$

$$Q = \frac{\omega L}{R_s} = \frac{\omega\mu_s' L_0}{\omega\mu_s'' L_0} = \frac{\mu_s'}{\mu_s''} = \frac{8{,}5}{7{,}5 \cdot 10^{-2}} = \underline{113{,}3} \tag{48.6}$$

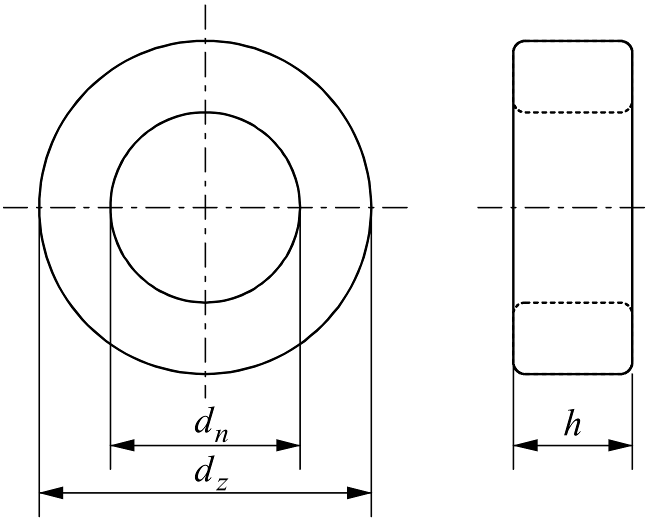
Naloga 49

Koliko ovojev moramo naviti na toroidno jedro (slika 49.1), izdelano iz feritnega materiala (Siemens SIFERRIT N27), da bo induktivnost tuljave pri frekvenci 500 kHz znašala 30 mH? Kolikšna je največja efektivna debelina lakirane žice, če hočemo imeti enoslojno navitje? Kolikšna je serijska upornost tuljave zaradi jedrnih izgub? Kolikšna je kvaliteta tuljave pri 500 kHz, če upoštevamo tudi povečanje upornosti navitja zaradi kožnega pojava? Ali je uporaba pletenice smiselna?

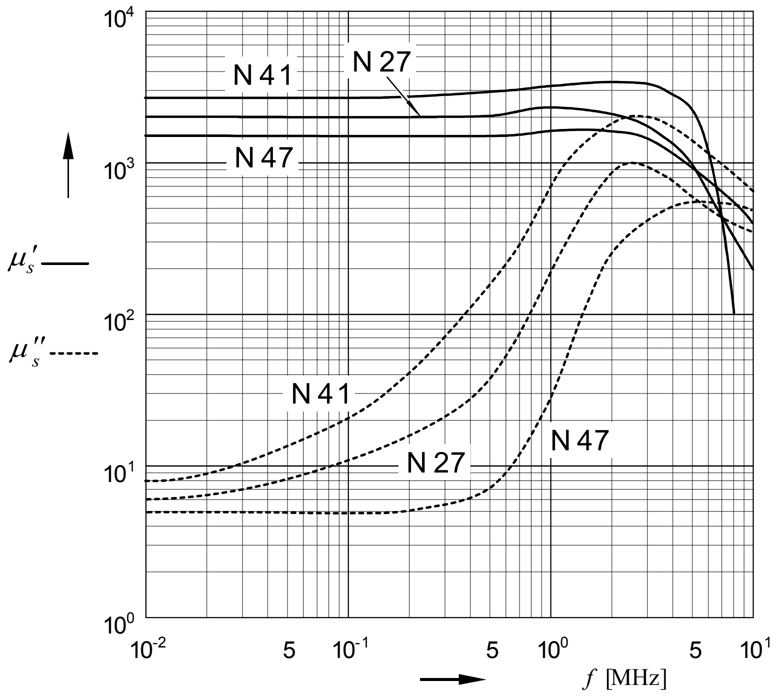
$d_z = 34$ mm $\quad d_n = 20{,}5$ mm $\quad h = 12{,}5$ mm

$f = 500$ kHz $\quad L = 30$ mH

$\rho_{Cu} = 1{,}75 \cdot 10^{-8}\ \Omega\text{m} \quad \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Vs/Am



Slika 49.1 – Dimenzije feritnega jedra



Slika 49.2 – Kompleksna permeabilnost v odvisnosti od frekvence

Rešitev:

Induktivnost zračne toroidne tuljave L_0 je dana z izrazom (43.9).

$$L_0 = \frac{\mu_0 N^2 h}{2\pi} \ln \frac{d_z}{d_n} \tag{49.1}$$

Feritno jedro v obliki toroidnega obroča ne spremeni oblike magnetnega polja, zato induktivnost take tuljave izračunamo s (48.4):

$$L = \frac{\mu_s' \mu_0 N^2 h}{2\pi} \ln \frac{d_z}{d_n} \tag{49.2}$$

Iz diagrama (slika 49.2) odčitamo realni del kompleksne permeabilnosti pri frekvenci 500 kHz za material N27: $\mu'_s = 2000$. Potrebno število ovojev je

$$N = \sqrt{\frac{2\pi L}{\mu_s' \mu_0 h \ln \frac{d_z}{d_n}}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 10^5}{50 \cdot \ln \frac{34}{20,5}}} = \underline{109} \tag{49.3}$$

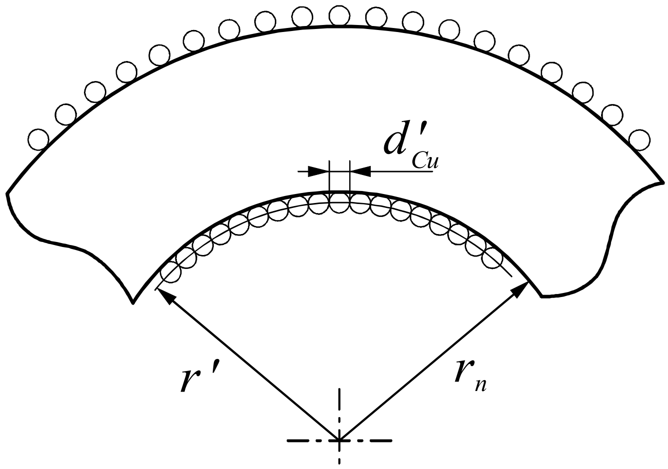
Izgubno upornost R_s, s katero modeliramo izgube feritnega jedra, podaja enačba (49.4). Induktivnosti tuljave brez feritnega jedra L_0 nismo posebej računali, zato jo izrazimo z L in μ'_s. Iz diagrama odčitamo: $\mu_s'' = 40$.

$$R_s = \omega \mu_s'' L_0 = \omega \mu_s'' \frac{L}{\mu_s'} = 1884\ \Omega \tag{49.4}$$

Debelina žice je omejena z razpoložljivim prostorom na notranji površini toroida, ker želimo navitje izdelati v enem samem sloju. Upoštevati moramo dejanski zunanji premer žice s prirastkom zaradi izolacije (glej dodatek Tabela 1). Podrobnosti so prikazane na sliki 49.3. V primeru popolnega soleganja ovojev mora veljati:

$$N d_{Cu}' = 2\pi \left(r_n - \frac{d_{Cu}'}{2} \right) = \pi \left(d_n - d_{Cu}' \right) \tag{49.5}$$

$$d_{Cu}' = \frac{\pi d_n}{N + \pi} = 0,574\ \text{mm} \tag{49.6}$$



Slika 49.3 – Enoslojno navitje na površini toroida

Na podlagi gornjega rezultata (49.6) in prirastka Δd (Tabela D.3) izberemo nominalni premer žice d_{Cu} za primer enojno lakirane žice.

$$d'_{Cu} = 0,57 \text{ mm} \quad \Rightarrow \quad \Delta d \cong 0,04 \text{ mm} \tag{49.7}$$

$$d_{Cu} = d'_{Cu} - \Delta d = 0,53 \text{ mm} \tag{49.8}$$

Gornji rezultat predstavlja največjo dopustno nominalno debelino žice. Ponavadi se odločimo za manjšo zaokroženo vrednost. Na podlagi gornjih rezultatov se odločimo za $d_{Cu} = 0,5$ mm in $d'_{Cu} = 0,54$ mm, kar zagotavlja zadostno varnost pri navijanju.

Enosmerno ohmsko upornost navitja tuljave izračunamo iz dimenzij toroida, števila ovojev in debeline žice.

$$R_{Cu} = \frac{\rho_{Cu} N\, 2\left(r_z - r_n + h\right) 4}{\pi d_{Cu}^2} = \frac{4N\rho_{Cu}\left(d_z - d_n + 2h\right)}{\pi d_{Cu}^2} = 0,37\ \Omega \tag{49.9}$$

Zaradi relativno debele žice in visoke frekvence moramo upoštevati tudi povečanje upornosti zaradi izrivanja toka iz notranjosti vodnika - kožni pojav. V učbeniku ([1], str. 144) je podana metoda za določitev povečanja upornosti. Najprej izračunamo brezdimenzijski parameter z, ki ga za bakrene vodnike izračunamo s spodnjo formulo.

$$z = 0,335\, d\sqrt{f} = 3,7 \qquad d\,[\text{mm}], f\,[\text{kHz}] \tag{49.10}$$

Iz tabele 49.1 določimo faktor $F(z)$, ki podaja povečanje upornosti glede na enosmerno ohmsko upornost navitja. Za vrednosti, ki niso podane v tabeli, izračunamo $F(z)$ z linearno interpolacijo med dvema tabeliranima vrednostma.

Tabela 49.1 – Povečanje upornosti pri kožnem pojavu

z	F(z)
0	0
2,2	0,1
3,0	0,3
5,0	1,0
10	2,8
16	5,0
90	30

$$F(3{,}7) = F(3) + \frac{F(5) - F(3)}{5 - 3}(3{,}7 - 3) = 0{,}54 \tag{49.11}$$

$$R_{CuVF} = R_{Cu}\left(1 + F(z)\right) = 0{,}37\,\Omega\left(1 + 0{,}54\right) = 0{,}57\,\Omega \tag{49.12}$$

Kožni efekt v izračunanem primeru poveča upornost navitja približno za 50%, vendar je celotna upornost navitja še vedno popolnoma zanemarljiva v primerjavi s serijsko upornostjo R_S, ki nam predstavlja izgube v feritnem jedru. Kvaliteta take dušilke je torej odvisna le od uporabljenega feritnega materiala.

$$Q = \frac{\omega L}{R_s} = \frac{\omega \mu_s' L_0}{\omega \mu_s'' L_0} = \frac{\mu_s'}{\mu_s''} = \frac{2000}{40} = \underline{50} \tag{49.13}$$

Iz diagrama kompleksne permeabilnosti (slika 49.2) lahko ugotovimo, da bi se kvaliteta tuljave pri nižjih frekvencah povečala, zaradi znatnega upadanja imaginarne komponente kompleksne permeabilnosti μ_s''. Uporaba pletenice v tem primeru nima nobenega smisla, ker predstavlja ohmska upornost navitja zanemarljiv del celotne izgubne upornosti.

Dodatek

Namesto tabele 49.1 bi lahko za izračun VF upornosti žice okroglega prereza lahko uporabili tudi enačbo

$$R = \frac{l}{\pi d}\sqrt{\frac{\rho \mu \omega}{2}} = \frac{l}{d}\sqrt{\frac{\rho \mu f}{\pi}}, \tag{49.14}$$

ki smo jo izpeljali v prvem poglavju (Vaja 12). S podatki za dolžino in debelino žice dobimo

$$R(f)\big|_{f=500\,\mathrm{kHz}} = 0{,}496\,\Omega \approx 0{,}5\,\Omega \tag{49.15}$$

Rezultat je nekoliko netočen, ker enačba (49.14) velja za vdorne globine δ, ki so vsaj za red velikosti manjše od premera žice. V tem primeru pa je vdorna globina

$$\delta = \sqrt{\frac{2\rho}{\mu\omega}} = 0{,}0966\,\mathrm{mm} \approx 0{,}1\,\mathrm{mm} \tag{49.16}$$

kar je primerljivo z debelino uporabljene žice d = 0,5 mm. Kljub temu napaka ni prevelika (≈ 10%), zato lahko enačbo uporabljamo, če tabele za upoštevanje kožnega pojava v vmesnem področju nimamo pri roki.

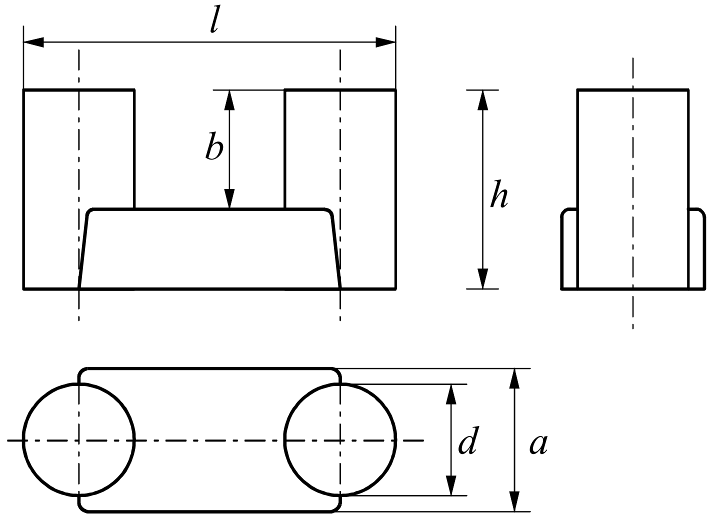
Naloga 50

Realizirajte induktivnost 100 mH s parom U-jeder izdelanih iz feritnega materiala SIFERRIT N27. Dimenzije jedra so podane na sliki 50.1. Srednja amplitudna permeabilnost μ_a na temperaturnem intervalu 20 ÷ 80°C je 2500. Kolikšne so histerezne izgube jedra pri frekvenci 20 kHz, če teče čez tuljavo sinusni tok $I_L = 20$ mA? Masa polovice jedra je 56 g, specifične histerezne izgube pa so podane z diagramom na sliki 50.2. Izračunajte tudi ohmsko upornost realizirane tuljave, če znaša polnilni faktor razpoložljivega okna 0,4. V tem faktorju je upoštevan tudi tuljavnik.

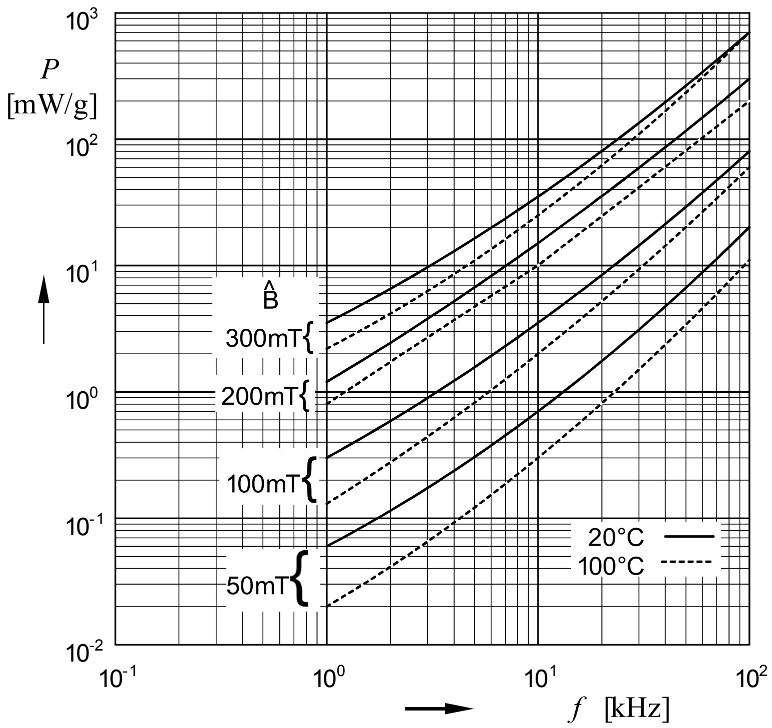
$m = 56$ g $\mu_a = 2500$ $f = 20$ kHz $I_L = 20$ mA

$k_{Cu} = 0,4$ $\rho_{Cu} = 1,75 \cdot 10^{-8}\,\Omega\text{m}$

$d = 14$ mm $l = 47$ mm $h = 24$ mm $a = 18$ mm $b = 15,5$ mm



Slika 50.1 – Dimenzije feritnega U jedra okroglega preseka



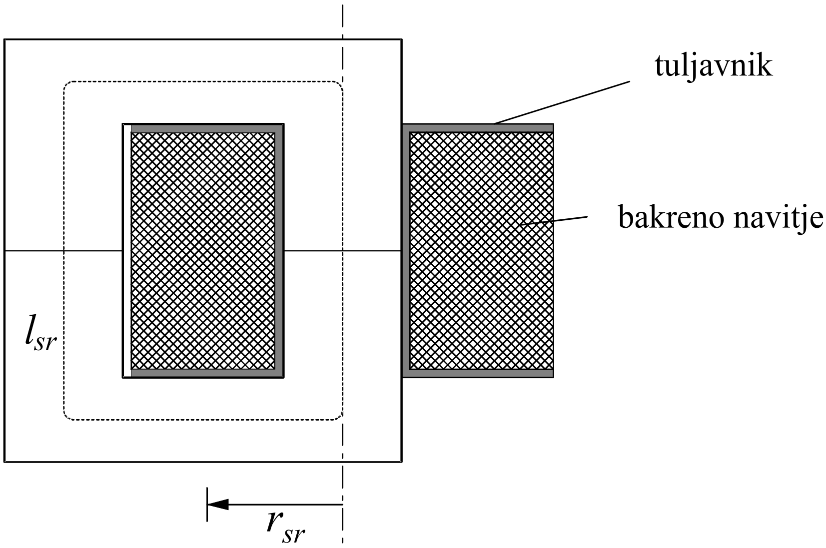
Slika 50.2 – Relativne izgube feritnega materiala N27 v odvisnosti od frekvence in amplitude gostote magnetnega pretoka

Rešitev:

S parom podanih feritnih jeder sestavimo magnetni krog, ki sklepa silnice tuljave, ki jo navijemo na primeren tuljavnik (slika 50.3). V tuljavi s feromagnetnim jedrom upoštevamo le magnetni pretok v jedru, ker je gostota magnetnega pretoka izven jedra (v zraku) mnogo manjša in zato zanemarljiva. Induktivnost tuljave lahko računamo s preprostim izrazom, saj vsi ovoji tuljave oklepajo enak magnetni fluks.

$$L = \frac{N\Phi}{I} = \frac{NBA}{I} \tag{50.1}$$

Dimenzije jedra so izbrane tako, da je presek magnetnega pretoka A preko celega magnetnega kroga čim bolj konstanten, zato lahko privzamemo, da je tudi gostota B konstantna.



Slika 50.3 – Prerez sestavljene dušilke

Krivuljni integral magnetnega polja **H** po sklenjeni krivulji C je enak magnetni napetosti (ampernim ovojem), ki jih krivulja C obkroža

$$\oint_C \mathbf{H}d\mathbf{s} = \Theta \tag{50.2}$$

Enačbo (50.2) lahko poenostavimo na osnovi predpostavke, da je velikost polja **H** vzdolž silnice konstantna. Skalarni produkt v integralu (50.2) lahko zamenjamo z navadnim produktom absolutnih vrednosti, saj sta vektorja **H** in $d\mathbf{s}$ kolinearna. Za krivuljo C izberemo silnico s srednjo dolžino l_{sr}, in izračunamo srednjo vrednost velikosti magnetnega polja H v feritnem jedru.

$$Hl_{sr} = NI \tag{50.3}$$

$$H = \frac{NI}{l_{sr}} \tag{50.4}$$

Zveza med B in H v feromagnetnih materialih ni linearna. Za harmonična vzbujanja lahko izmerimo in uporabljamo t.i. amplitudno permeabilnost

$$\mu_a = \frac{\hat{B}}{\mu_0 \hat{H}}, \tag{50.5}$$

ki je odvisna od amplitude vzbujanja $\hat{H}$, zato je za jedro podana njena srednja vrednost. Iz enačb (50.4) in (50.5) izrazimo velikost gostote magnetnega pretoka

$$B = \mu_0 \mu_a H = \mu_0 \mu_a \frac{NI}{l_{sr}}, \tag{50.6}$$

ki jo vstavimo v (50.1) in dobimo znani izraz za induktivnost

$$L = \frac{\mu_0 \mu_a N^2 A}{l_{sr}} = \frac{\mu_0 \mu_a N^2}{l_{sr}} \frac{\pi d^2}{4} \tag{50.7}$$

Preden lahko izračunamo število ovojev N, ki ga naloga zahteva, moramo določiti še srednjo dolžino silnice l_{sr} v feritnem jedru, ki je določena z obliko in dimenzijami jedra. Iz slik 50.1 in 50.3 lahko ugotovimo, da za l_{sr} velja

$$l_{sr} = 2\left[\left(l - d\right) + \left(h + b\right)\right] = 2\left(33 + 39,5\right) \text{ mm} = 145 \text{ mm} \tag{50.8}$$

Iz (50.7) izrazimo potrebno število ovojev in vstavimo dane podatke.

$$N = \sqrt{\frac{4 L l_{sr}}{\mu_0 \mu_a \pi d^2}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 0,1 \text{ H} \cdot 0,145 \text{ m}}{4\pi 10^{-7} \text{ Vs/Am} \cdot 2500 \pi 14^2 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2}} = \underline{173} \tag{50.9}$$

Specifične histerezne izgube jedra so podane z diagramom (slika 50.2). Amplitudo gostote magnetnega pretoka $\hat{B}$ izračunamo iz (50.6), pri čemer moramo upoštevati, da je podana efektivna vrednost toka I_L.

$$\hat{B} = \mu_0 \mu_a \frac{N\sqrt{2} I_L}{l_{sr}} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Vs/Am} \cdot 2500 \cdot 173 \cdot \sqrt{2} \cdot 0,02 \text{ A}}{0,145 \text{ m}} = 106 \text{ mT} \tag{50.10}$$

Iz diagrama odčitamo pri frekvenci 20kHz specifične izgube 7 mW/g, ker vzamemo vrednost na sredini temperaturnega intervala.

$$P_{izg} = 2 \cdot 56 \text{ g} \cdot 7 \text{ mW/g} = \underline{784 \text{ mW}} \tag{50.11}$$

Upornost navitja izračunamo podobno kot v nalogi 45, s to razliko, da je v tem primeru navitje navito tesno, ovoj do ovoja. Polmer srednjega ovoja r_{sr} (slika 50.3) določimo iz dimenzij jedra:

$$r_{sr} = \frac{r_{min} + r_{max}}{2} = \frac{1}{2}\left(\frac{d}{2} + \left(l - d - \frac{d}{2}\right)\right) = \frac{l - d}{2} \tag{50.12}$$

$$l_{Cu} = N 2\pi r_{sr} = N\pi\left(l - d\right) \tag{50.13}$$

$$A_{Cu} = \frac{2b\left(l - 2d\right) k_{Cu}}{N} \tag{50.14}$$

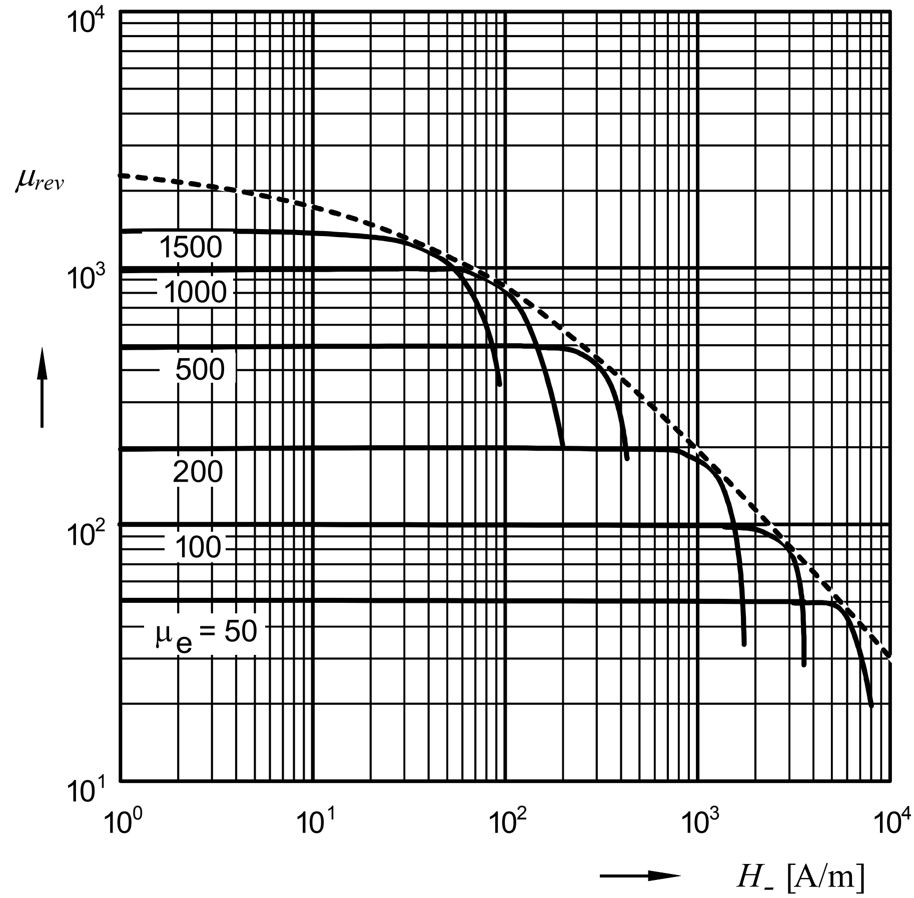
$$
\begin{aligned}
R_{Cu} &= \frac{\rho_{Cu} l_{Cu}}{A_{Cu}} = \frac{\rho_{Cu} N^2 \pi (l-d)}{2b(l-2d)k_{Cu}} = \\
&= \frac{1{,}75 \cdot 10^{-8}\ \Omega\mathrm{m} \cdot 173^2 \cdot \pi \cdot 33 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}}{2 \cdot 15{,}5 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m} \cdot 19 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m} \cdot 0{,}4} = \underline{0{,}23\ \Omega}
\end{aligned}
\tag{50.15}
$$

Lastnosti tuljave brez zračne reže so odvisne predvsem od magnetnih lastnosti uporabljenih feritnih materialov. Zaradi nelinearne magnetilne karakteristike, velikih toleranc in temperaturne odvisnosti permeabilnosti ferita, so tako realizirane induktivnosti nelinearne, ter imajo majhno kvaliteto in stabilnost. Feritna jedra brez zračne reže uporabljamo za visokofrekvenčne in impulzne transformatorje, pri katerih želimo imeti nizek magnetilni tok in majhno stresano induktivnost.

Naloga 51

Izračunajte faktor induktivnosti A_L za enako feritno U-jedro, kot v nalogi 50, če v magnetni krog vstavimo zračno režo $\delta = 1$ mm. S pomočjo diagrama na sliki 51.1 izračunajte, koliko znaša največja linearna induktivnost za toke do 5 A, ki jo lahko realiziramo s takim jedrom? Kolikšna je tedaj nakopičena magnetna energija tuljave?

$\delta = 1$ mm $\qquad I_{\max} = 5$ A $\qquad \mu_r \cong \mu_a = 2500$



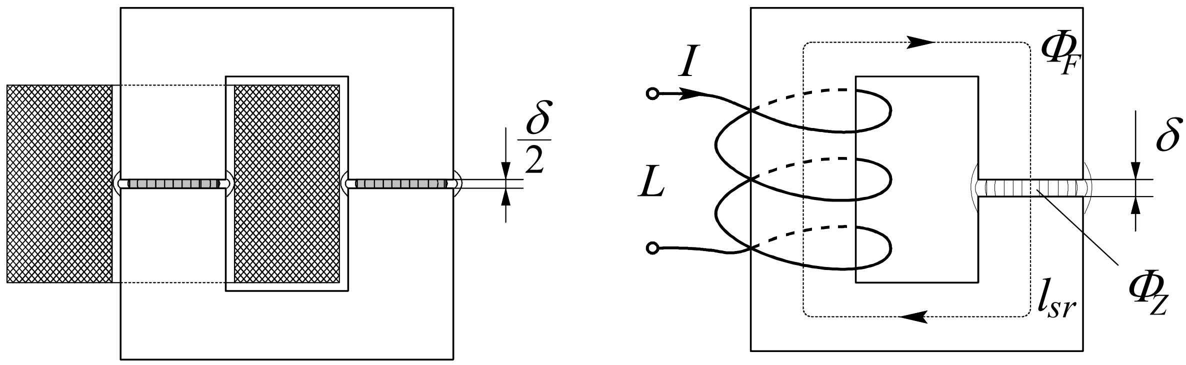
Slika 51.1 – Odvisnost reverzibilne (diferencialne) permeabilnosti μ_{rev} od enosmernega magnetnega polja za jedra z režo (N27)

Rešitev:

Faktor induktivnosti magnetnega jedra je induktivnost tuljave z enim samim ovojem na istem jedru.

$$A_L = \frac{\Phi}{I} \tag{51.1}$$

Zračno režo naredimo tako, da vstavimo med obe polovici feritnega jedra dve tanki ploščici iz neprevodnega materiala debeline $\delta/2$. Realizacija in shematska predstavitev magnetnega kroga sta prikazani na sliki 51.2. Delitev zračne reže na dve reži s polovično širino, poenostavi praktično izvedbo pri U-jedrih. Z manjšo režo je tudi zmanjšano izrivanje silnic v zračni reži in z njim povezano povečanje preseka magnetnega fluksa.



Slika 51.2 – Izvedba zračne reže pri U-jedrih in shema magnetnega kroga z režo

Zaradi kontinuitete magnetnega pretoka velja:

$$\Phi_F = \Phi_Z \tag{51.2}$$

$$B_F A_F = B_Z A_Z \tag{51.3}$$

Ker predpostavimo, da je izrivanje silnic v reži majhno, je prerez glavnine magnetnega pretoka v zraku A_Z enak prerezu jedra A, zato iz (51.3) sledi

$$B_F = B_Z \tag{51.4}$$

Za gostote magnetnega pretoka, ki so manjše od nasičenja, računamo s konstantno permeabilnostjo feritnega materiala. Gostoto magnetnega pretoka v jedru B_F tedaj izrazimo z jakostjo polja H_F.

$$B_F = \mu H_F = \mu_0 \mu_r H_F \tag{51.5}$$

Iz (51.4) in (51.5) dobimo zvezo med magnetnim poljem v zračni reži in v jedru.

$$\mu_0 \mu_r H_F = \mu_0 H_Z \tag{51.6}$$

$$H_F = \frac{H_Z}{\mu_r} \tag{51.7}$$

Za relativno permeabilnost feritnega materiala μ_r uporabimo podano amplitudno permeabilnost μ_a iz naloge 50. Magnetna napetost, ki jo povzroča tok v ovoju, je enaka krivuljnemu integralu polja **H** vzdolž silnice v magnetnem krogu. Krivuljni integral poenostavimo podobno kot v nalogi 50, s to razliko, da je polje v jedru bistveno manjše kot v reži. Ko poznamo magnetno polje v reži, lahko izračunamo magnetni pretok. Slednjega vstavimo v izraz za faktor induktivnosti (51.1)

$$I = \oint_{l_{sr}} \mathbf{H} d\mathbf{s} = H_F l_{sr} + H_Z \delta = \left(\frac{l_{sr}}{\mu_r} + \delta \right) H_Z \tag{51.8}$$

$$\Phi = \mu_0 H_Z A = \frac{\mu_0 I A}{\dfrac{l_{sr}}{\mu_r} + \delta} \tag{51.9}$$

$$A_L = \frac{\mu_0 A}{\dfrac{l_{sr}}{\mu_r} + \delta} = \frac{\mu_0 \mu_r A}{l_{sr} + \mu_r \delta} = \frac{\mu_r}{1 + \dfrac{\mu_r \delta}{l_{sr}}} \frac{\mu_0 A}{l_{sr}} \tag{51.10}$$

Iz prve oblike izraza za faktor induktivnosti A_L v (51.10) lahko opazimo, da je njegova velikost določena predvsem s širino zračne reže δ in s presekom jedra A, saj je širina zračne reže δ mnogo večja od l_{sr}/μ_r, posebno še, če je relativna permeabilnost visoka. Zato pri jedrih z zračno režo računamo z efektivno permeabilnostjo, ki jo definiramo kot

$$\mu_e = \frac{\mu_r}{1 + \dfrac{\mu_r \delta}{l_{sr}}}. \tag{51.11}$$

Definicija izhaja iz zadnje oblike izraza (51.10). Z uporabo μ_e lahko faktor induktivnosti preprosto zapišemo

$$A_L = \mu_e \frac{\mu_0 A}{l_{sr}} \tag{51.12}$$

Srednja dolžina silnice v feritu l_{sr} je določena z obliko in velikostjo jedra. Za obravnavani tip jedra sta izračun in vrednost podana z izrazom (51.8). Z velikostjo efektivne permeabilnosti je določena maksimalna vrednost magnetnega polja v realizirani linearni induktivnosti, zato izračunajmo njeno vrednost.

$$\mu_e = \frac{2500}{1 + \dfrac{2500 \cdot 1 \text{ mm}}{145 \text{ mm}}} = 137 \tag{51.13}$$

Presek A je določen z dimenzijami jedra (slika 50.1).

$$A = \frac{\pi d^2}{4} \tag{51.14}$$

$$A_L = \frac{137 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \text{Vs} \cdot \pi \cdot \left(14 \cdot 10^{-3} \text{m}\right)^2}{\text{Am} \cdot 0{,}145 \text{ m} \cdot 4} = \underline{183 \text{ nH}} \tag{51.15}$$

Največja linearna induktivnost za maksimalni tok I_{max} je določena z mejno vrednostjo magnetnega polja, ko preide jedro v nasičenje. Zaradi enostavnejše določitve maksimalnega magnetnega polja za jedra z zračno režo proizvajalci pogosto podajajo diagram, ki je prikazan na sliki 51.1. Ta diagram podaja odvisnost reverzibilne permeabilnosti jedra v odvisnosti od navidezne enosmerne magnetne poljske jakosti v jedru H_{-}, ki je določena s srednjo dolžino silnice v jedru l_{sr}

$$H_{-} = \frac{N I_{-}}{l_{sr}} \tag{51.16}$$

Na področju, kjer je reverzibilna (diferencialna) permeabilnost μ_{rev} konstantna, je realizirana induktivnost L linearna. Za izračunano vrednost $\mu_e = 137$ odčitamo iz diagrama maksimalno enosmerno magnetno polje $H\_ \approx 1200$ A/m. Zvezo med številom ovojev, tokom in maksimalnim poljem sledi iz (51.16). V diagramu podana vrednost $H\_$, je zgolj računski pripomoček, s katerim lahko enostavno računamo. Dejanska magnetna poljska jakost v feritu je seveda mnogo nižja. Največje število ovojev N_{max} za podani maksimalni tok izračunamo iz (51.16)

$$N_{max} = \frac{l_{sr} H_{-}}{I_{max}} = \frac{1200\ \text{A/m} \cdot 0{,}145\ \text{m}}{5\ \text{A}} = 34{,}8 \approx \underline{35} \tag{51.17}$$

S tem podatkom, in izračunano vrednostjo faktorja induktivnosti A_L (51.15), pa izračunamo največjo linearno induktivnost za dani tok.

$$L_{max} = N_{max}^2 A_L = 35^2 \cdot 183\ \text{nH} = \underline{224\ \mu\text{H}} \tag{51.18}$$

Magnetno energijo tuljave, izračunamo pri maksimalnem toku z znanim izrazom

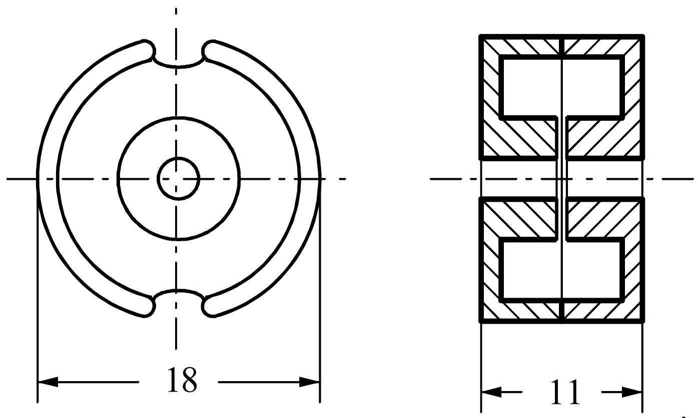
$$W_L = \frac{I_L^2 L}{2} = \frac{(5\ \text{A})^2 \cdot 224 \cdot 10^{-6}\ \text{Vs/A}}{2} = \underline{2{,}8\ \text{mJ}} \tag{51.19}$$

Naloga 52

Določite širino zračne reže δ feritnega lončka, da bo tuljava s tem jedrom imela temperaturni koeficient induktivnosti $TK_L = 150 \cdot 10^{-6}$ /K. Kolikšen je tedaj faktor induktivnosti A_L?

Dimenzijski podatki feritnega lončka $\varnothing 18 \times 11$:

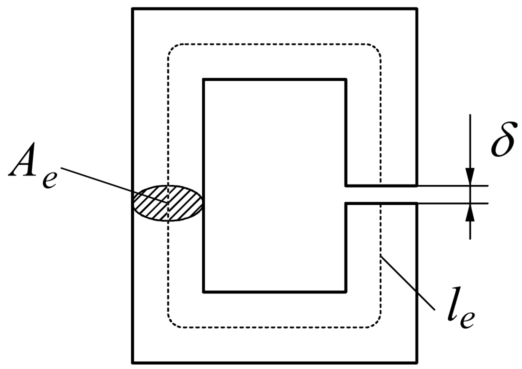
Dimenzijska konstanta jedra:	$\sum l/A = 0{,}60$ mm^{-1}
efektivna dolžina silnic:	$l_e = 25{,}9$ mm
efektivni magnetni presek:	$A_e = 43$ mm^2
efektivni magnetni volumen:	$V_e = 1140$ mm^3
Podatki feritnega materiala (SIFERRIT N48):	
začetna permeabilnost:	$\mu_i = 2000$
relativni temperaturni koeficient permeabilnosti:	$\alpha_F = 0{,}7 \cdot 10^{-6}$ /K



Slika 52.1 – Osnovne dimenzije feritnega lončka $\varnothing 18 \times 11$

Rešitev:

Z zračno režo v magnetnem krogu tuljav s feromagnetnimi jedri zmanjšamo njihovo induktivnost, izboljšamo pa temperaturni koeficient in kvaliteto. Povezavo med temperaturnim koeficientom induktivnosti, relativnim temperaturnim koeficientom permeabilnosti α_F, ki je osnovni podatek feritnega materiala, in širino reže δ najlaže izrazimo s pomočjo efektivne permeabilnosti jedra. Na sliki 52.2 je shematsko predstavljen magnetni krog z zračno režo.



Slika 52.2 – Shema jedra z zračno režo

Iz kontinuitete magnetnega fluksa sledi povezava med magnetnima poljskima jakostma v reži in v feritnem jedru. Na osnovi tega smo že v nalogi 51 izračunali izraz za faktor induktivnosti A_L (51.12) , v katerem nastopa tudi efektivna permeabilnost μ_e (51.11). S tema izrazoma izrazimo induktivnost L:

$$L = A_L N^2 = \mu_e \frac{\mu_0 A_e}{l_e} N^2 \tag{52.1}$$

V kataloških podatkih, ki jih proizvajalci podajajo za feritna jedra, je ponavadi srednja dolžina silnice l_{sr} označena z l_e (efektivna dolžina), zato smo te oznake uporabili tudi v enačbi (52.1) in v sliki 52.2. Zaradi nizkih vrednosti magnetizacije namesto relativne permeabilnosti μ_r običajno uporabljamo μ_i, ki pomeni začetno relativno permeabilnost materiala. Enačbo (51.11) za efektivno permeabilnost feritnega jedra z zračno režo sedaj zapišemo:

$$\mu_e = \frac{\mu_i}{1 + \frac{\mu_i \delta}{l_e}} = \frac{1}{\frac{1}{\mu_i} + \frac{\delta}{l_e}} \tag{52.2}$$

Temperaturni koeficient induktivnosti je odvisen predvsem od spremembe permeabilnosti ferita, saj so spremembe dimenzij jedra zaradi raztezanja zanemarljive.

$$TK_L = \frac{1}{L}\frac{dL}{dT} = \frac{1}{\mu_e}\frac{d\mu_e}{dT} \tag{52.3}$$

Desno stran enačbe (52.3) najlaže izračunamo, če enačbo (52.2) najprej logaritmiramo, nato pa jo odvajamo po temperaturi. Temperaturni koeficient TK_L (52.3) je pogosto označen tudi z α_L.

$$\ln \mu_e = -\ln\left(\frac{1}{\mu_i} + \frac{\delta}{l_e}\right) \tag{52.4}$$

$$\frac{1}{\mu_e}\frac{d\mu_e}{dT} = -\frac{1}{\frac{1}{\mu_i} + \frac{\delta}{l_e}}\left(-\frac{1}{\mu_i^2}\right)\frac{d\mu_i}{dT} = \mu_e \frac{1}{\mu_i^2}\frac{d\mu_i}{dT} \tag{52.5}$$

Člen, s katerim je efektivna permeabilnost μ_e v rezultatu (52.5) množena, je relativni temperaturni koeficient permeabilnosti α_F, ki je definiran kot temperaturni koeficient začetne permeabilnosti deljen z njeno vrednostjo. Zato je včasih v literaturi označen tudi z α/μ_i

$$\alpha_F = \frac{TK_{\mu_i}}{\mu_i} = \frac{1}{\mu_i^2}\frac{d\mu_i}{dT} \tag{52.6}$$

Z definicijo (52.6) postane enačba (52.5) zelo enostavna. Z upoštevanjem enakosti (52.3) dobimo končni izraz za α_L oziroma temperaturni koeficient induktivnosti TK_L

$$\alpha_L = \mu_e \alpha_F \tag{52.7}$$

Iz (52.7) določimo potrebno velikost efektivne permeabilnosti, iz (52.2) pa potrebno širino zračne reže.

$$\mu_e = \frac{\alpha_L}{\alpha_F} = \frac{TK_L}{\alpha_F} = \frac{150 \cdot 10^{-6}\,/\,\mathrm{K}}{0,7 \cdot 10^{-6}\,/\,\mathrm{K}} = 214 \tag{52.8}$$

$$\delta = \frac{\mu_i - \mu_e}{\mu_i \mu_e} l_e = \frac{2000 - 214}{2000 \cdot 214} 25,9\,\mathrm{mm} = \underline{0,108\,\mathrm{mm}} \tag{52.9}$$

Faktor induktivnosti A_L je induktivnost jedra z enim ovojem (52.1).

$$A_L = \mu_e \mu_0 \frac{A_e}{l_e} = 214 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\mathrm{Vs}}{\mathrm{Am}} \cdot \frac{43 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{m}^2}{25,9 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}} = \underline{446\ \mathrm{nH}} \tag{52.10}$$

Z večanjem širine zračne reže lahko zvezno zmanjšujemo efektivno permeabilnost jedra in s tem tudi njen temperaturni koeficient. Relativni temperaturni koeficient feritnih materialov α_F je v glavnem pozitiven, kar omogoča kompenzacijo negativnih koeficientov, ki prevladujejo pri kondenzatorjih.

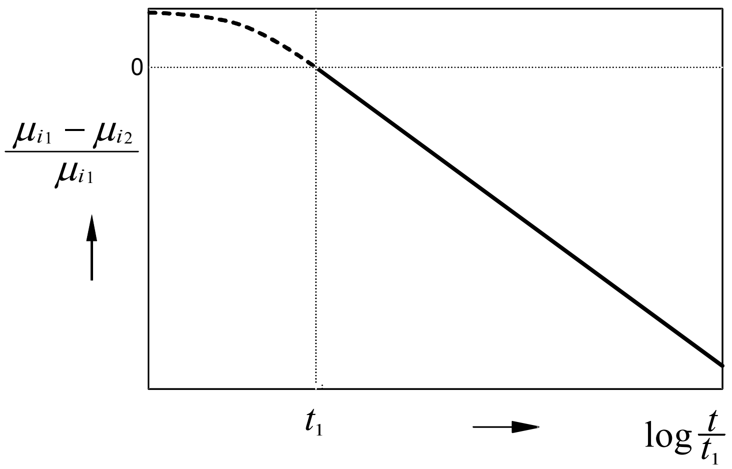
Naloga 53

Kolikšna je največja sprememba induktivnosti tuljave, narejene po izračunu v nalogi 52, po petih letih od izdelave? Predpostavite, da tuljavo vgradimo dva meseca po izdelavi feritnega lončka! Feritni material SIFERRIT N48 ima faktor desakomodacije $DF < 4 \cdot 10^{-6}$.

$\mu_e = 214$ $\quad DF = 4 \cdot 10^{-6}$ $\quad t_1 = 2$ ms $\quad t_2 = 5$ let

Rešitev:

Meritve lastnosti feritnih materialov pokažejo, da začetna permeabilnost μ_i s časom upada. Nekaj ur po izdelavi jeder postane to upadanje linearno, če rišemo čas t v logaritmičnem merilu (slika 53.1). Če material izpostavimo ponovni mehanski, magnetni ali termični obremenitvi ($T > 170$ °C) se omenjeni proces ponovi z novim časovnim izhodiščem.



Slika 53.1 – Časovna odvisnost relativne spremembe permeabilnosti

Relativno razliko začetne permeabilnosti med dvema časovnima točkama v linearnem delu diagrama (slika 53.1) izračunamo kot

$$\frac{\mu_{i1}-\mu_{i2}}{\mu_{i1}} = d\cdot\log\frac{t_2}{t_1}\,, \tag{53.1}$$

kjer je d faktor desakomodacije. Sprememba induktivnosti tuljave je povezana s spremembo efektivne permeabilnosti v danem časovnem razdobju. Efektivna permeabilnost jedra z režo μ_e je definirana s (51.11). Z zamenjavo $\delta/l_e = k$ jo zapišemo krajše.

$$\mu_e = \frac{\mu_i}{1+\dfrac{\delta}{l_e}\mu_i} = \frac{\mu_i}{1+k\mu_i} \tag{53.2}$$

Relativna sprememba induktivnosti L med časoma t_1 in t_2 je tedaj

$$\begin{aligned}\frac{\Delta L}{L} &= \frac{\mu_{e1}-\mu_{e2}}{\mu_{e1}} = \frac{1+k\mu_{i1}}{\mu_{i1}}\cdot\left(\frac{\mu_{i1}}{1+k\mu_{i1}}-\frac{\mu_{i2}}{1+k\mu_{i2}}\right)= \\ &= \frac{1+k\mu_{i1}}{\mu_{i1}}\cdot\frac{\mu_{i1}+k\mu_{i1}\mu_{i2}-\mu_{i2}-k\mu_{i2}\mu_{i1}}{\left(1+k\mu_{i1}\right)\left(1+k\mu_{i2}\right)} = \frac{\mu_{i1}-\mu_{i2}}{\mu_{i1}}\cdot\frac{1}{1+k\mu_{i2}}\end{aligned} \tag{53.3}$$

Z razširitvijo rezultata (53.3) z μ_i, ob upoštevanju (53.1) in (53.2) dobimo:

$$\frac{\Delta L}{L} = \frac{d}{\mu_{i2}}\log\frac{t_2}{t_1}\,\mu_{e2} \tag{53.4}$$

Zaradi enostavnejše uporabnosti rezultata (53.4), proizvajalci v katalogih podajajo faktor desakomodacije DF, ki je normiran z začetno permeabilnostjo μ_i

$$DF = \frac{d}{\mu_i} \tag{53.5}$$

S tem dobimo za (53.4) zelo praktičen izraz za zmanjšanje induktivnosti.

$$\frac{\Delta L}{L} = \mu_{e2}\,DF\,\log\frac{t_2}{t_1} \tag{53.6}$$

Čas t_2 je obdobje petih let, ki ga pretvorimo v mesece.

$$\frac{\Delta L}{L} = 214\cdot 4\cdot 10^{-6}\log\frac{5\cdot 12}{2} = \underline{1{,}26\cdot 10^{-3}} \tag{53.7}$$

V obdobju petih let se induktivnost zaradi desakomodacije ne bo zmanjšala za več kot 1,26 ‰.

6. POGLAVJE

TRANSFORMATORJI

Naloga 54

Projektirajte omrežni transformator z enim primarnim navitjem ($N_1/U_1/I_1$) in tremi sekundarnimi navitji; dve navitji sta enaki ($N_{21}/U_{21}/I_{21}$) in ($N_{22}/U_{22}/I_{22}$), tretje ($N_{23}/U_{23}/I_{23}$) pa je različno in ločeno. Shema navitij je prikazana na sliki 54.1. Za jedro transformatorja uporabite EI liste standardne oblike (slika 54.2) in dimenzij (tabela 54.1). Debelina jedrnega paketa je $2a$ (presek jedra je kvadrat). Pri načrtovanju uporabite podane podatke za pločevino in navitje.

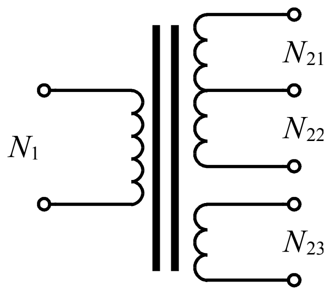
$U_1 = 220$ V $\quad f = 50$ Hz

$U_{21} = U_{22} = 20$ V $\quad I_{21} = I_{22} = 4$ A

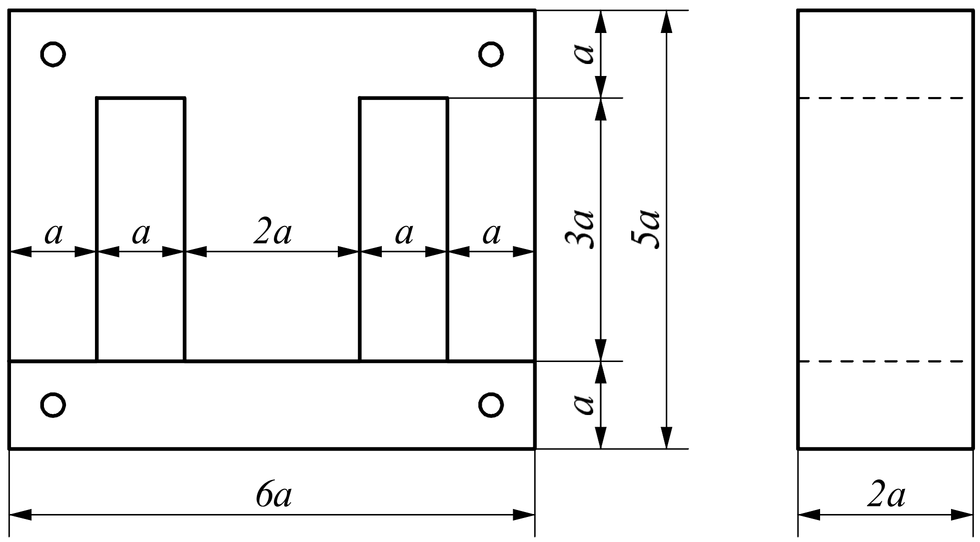
$U_{23} = 30$ V $\quad I_{23} = 0,5$ A

$B_m = 1,3$ T $\quad k_{Fe} = 0,9$

$j = 2,5$ A/mm^2 $\quad k_{Cu} = 0,3$



Slika 54.1 – Shema navitij transformatorja



Slika 54.2 – Oblika standardnih EI listov in debelina sestavljenega jedra

Tabela 54.1 – Širina okna a za standardne EI liste v mm

Velikost lista	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
a [mm]	6	8	10	12	14	16	18	20	25	30

Rešitev:

Transformator je vzbujan z omrežno napetostjo, zato se gostota magnetnega pretoka spreminja po enačbi

$$B(t) = B_m \sin \omega t \,. \tag{54.1}$$

Spreminjajoči se magnetni pretok inducira v N ovojih napetost

$$u(t) = N\frac{d\Phi}{dt} = NA_{Fe}\omega B_m \cos\omega t\,. \tag{54.2}$$

Efektivno vrednost inducirane napetosti (54.2) izračunamo iz njene amplitude in dobimo znani obrazec za inducirano napetost (B_m je temenska vrednost gostote magnetnega pretoka)

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = \frac{\omega N A_{Fe} B_m}{\sqrt{2}} = 4{,}44 f\, N\, A_{Fe} B_m\,. \tag{54.3}$$

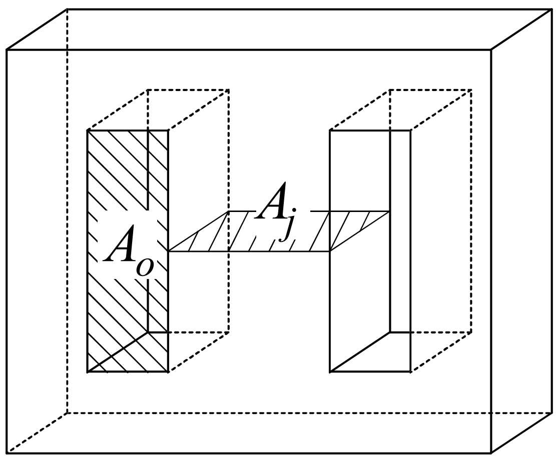
V pravilno načrtovanem transformatorju je gostota toka j v vseh navitjih enaka, vsota izhodnih moči pa je enaka vsoti moči na vhodu ($P_2 = P_1$). Na osnovi tega lahko ugotovimo, da primarno in sekundarno navitje zasedata vsako po eno polovico razpoložljivega okna. Velikost primarnega toka I_1 lahko izrazimo z izbrano gostoto toka j, polnilnim faktorjem k_{Cu} in velikostjo okna A_o.

$$I_1 = j\frac{A_o k_{Cu}}{2N_1} \tag{54.4}$$

Primarno moč P_1 dobimo, če gornji tok pomnožimo s primarno napetostjo U_1, ki jo izrazimo z (54.3). Efektivni prerez železa, po katerem teče magnetni pretok, je presek jedra A_j pomnožen s polnilnim faktorjem jedra k_{Fe}.

$$U_1 = 4{,}44 f\, N_1 A_j\, k_{Fe}\, B_m \tag{54.5}$$

$$P_1 = 4{,}44 f\, N_1 A_j\, k_{Fe}\, B_m\, j\frac{A_o k_{Cu}}{2N_1} = 2{,}22 f\, k_{Fe} k_{Cu}\, j\, B_m\, A_j\, A_o \tag{54.6}$$



Slika 54.3 – Presek jedra in okna v standardnem EI jedru

Iz slike 54.3 in dimenzij jedrnega lista izračunamo razmerje med presekom okna in jedra in ga vstavimo v (54.6). Od tod izračunamo presek jedra, oziroma potrebno širino okna a:

$$\frac{A_o}{A_j} = \frac{3a^2}{4a^2} = \frac{3}{4} \Rightarrow A_o = \frac{3}{4} A_j , \tag{54.7}$$

$$P_1 = 2,22 \cdot \frac{3}{4} f k_{Fe} k_{Cu} j B_m A_j^2 , \tag{54.8}$$

$$A_j = \sqrt{\frac{0,6 P_1}{f k_{Fe} k_{Cu} j B_m}} . \tag{54.9}$$

Za izračun preseka jedra moramo določiti primarno moč, ki je enaka vsoti sekundarnih moči posameznih navitij in izgub transformatorja. Za majhne transformatorje z navidezno močjo $P \approx 100$ VA velja približna ocena izkoristka $\eta = 0{,}9$. Večji transformatorji imajo boljši izkoristek, manjši pa slabšega.

$$P_2 = \sum_{i=1}^{n} P_{2i} = 2 \cdot 20\text{V} \cdot 4\ \text{A} + 30\text{V} \cdot 0,5\text{A} = 175\,\text{VA} \tag{54.10}$$

$$P_1 = \frac{P_2}{\eta} = \frac{175\ \text{VA}}{0,9} \approx 194\ \text{VA} \tag{54.11}$$

Iz (54.9) izračunamo presek jedra A_i za izračunano primarno moč P_1

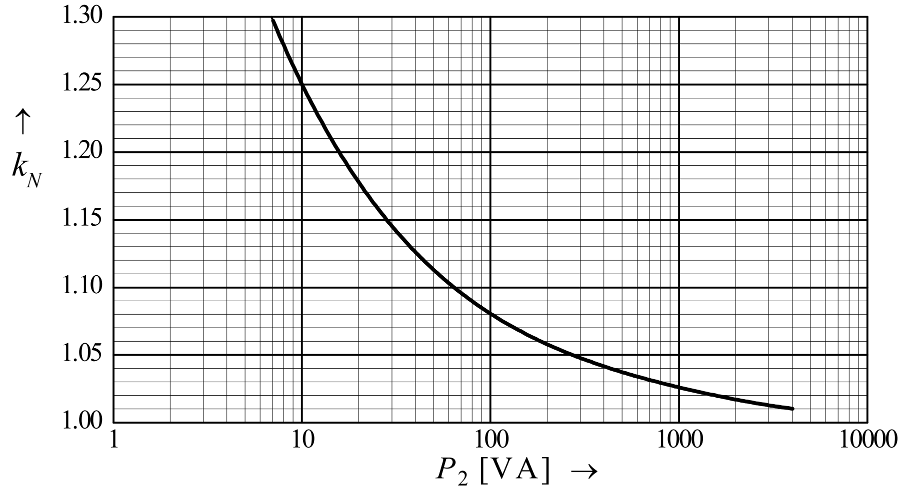
$$A_j = \sqrt{\frac{0,6 \cdot 194\,\text{VA}}{50\,\text{Hz} \cdot 0,3 \cdot 2,5 \cdot 10^6\,\text{Am}^{-2} \cdot 1,3\,\text{T}}} = 1,55 \cdot 10^{-3}\,\text{m}^2 = 15,5\ \text{cm}^2 \tag{54.12}$$

$$a = \frac{\sqrt{A_j}}{2} = 20,0\ \text{mm} \tag{54.13}$$

Iz tabele 54.1 ugotovimo, da izračunani vrednosti ustreza velikost jedra VIII z a = 20 mm. Število ovojev primarja N_1 dobimo iz (54.5) in velikosti omrežne napetosti. Izračunano vrednost zaokrožimo na celo število.

$$N_1 = \frac{U_1}{4,44 f\, A_j\, k_{Fe}\, B_m} = 529,3 \approx \underline{530} \tag{54.14}$$

Ovoje sekundarnih navitij določimo iz zahtevanega prestavnega razmerja, pri čemer ponavadi upoštevamo še faktor $k_N > 1$, s katerim povišamo napetost praznega teka. Na ta način kompenziramo ohmski in induktivni napetostni padec, zaradi katerega se izhodna napetost pri obremenitvi zniža. Pogosto se uporablja vrednost $k_N = 1{,}1$. Točnejšo vrednost podaja eksperimentalno dobljeni diagram [2] $k_N(P_2)$ na sliki 54.4. Iz tega diagrama za izračunano izhodno moč P_2 = 175 VA odčitamo $k_N = 1{,}06$.



Slika 54.4 – Odvisnost korekcijskega faktorja k_N od sekundarne moči

$$N_{21} = k_N \frac{U_{21}}{U_1} N_1 = 1{,}06 \frac{20\ \text{V}}{220\ \text{V}} 530 \approx 51\,, \tag{54.15}$$

$$N_{22} = k_N \frac{U_{22}}{U_1} N_1 = 1{,}06 \frac{30\ \text{V}}{220\ \text{V}} 530 \approx 77\,. \tag{54.16}$$

Za izdelavo transformatorja je potrebno podati še podatke o debelini žic posameznih navitij, ki jih izračunamo iz izbrane vrednosti tokove gostote in efektivnih tokov. Sekundarni tokovi so podani v zahtevah, tok primarja I_1 pa določimo iz omrežne napetosti in primarne moči P_1, ki smo jo izračunali z (54.11).

$$I_1 = \frac{P_1}{U_1} = \frac{190\ \text{VA}}{220\ \text{V}} = 0{,}86\ \text{A} \tag{54.17}$$

$$I = A_{Cu} j = \pi \frac{d^2}{4} j \Rightarrow d = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{I}{j}} = 1{,}13 \sqrt{\frac{I}{j}} \tag{54.18}$$

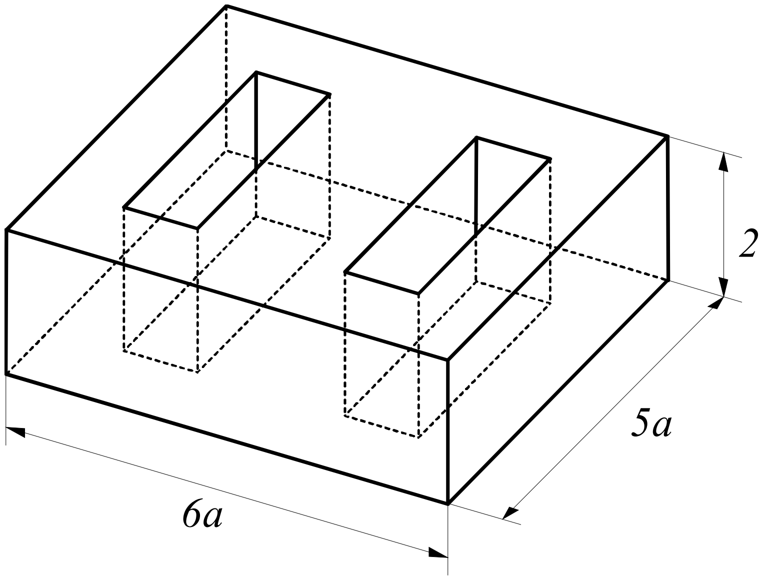
$$d_1 = 0{,}66\ \text{mm}, \quad d_{21} = 1{,}43\ \text{mm}, \quad d_{22} = 0{,}5\ \text{mm} \tag{54.19}$$

Gornje debeline žic zaokrožimo na najbližje standardne premere. Transformator torej naredimo s standardnim EI jedrom velikosti VIII (120×100×41mm) s širino okna 20mm in s sledečimi navitji:

$N_1 = 530$ ∅ 0,65 mm
$N_{2\,1,2} = 2\times51$ ∅ 1,4 mm
$N_{2\,3} = 77$ ∅ 0,5 mm.

Naloga 55

Kolikšne so izgube v jedru transformatorja iz naloge 54, če znašajo specifične izgube jedra pri podani temenski vrednosti gostote magnetnega pretoka $P_{sr} = 1{,}5$ W/kg? Izračunajte ohmske upornosti posameznih navitij, če je stena tuljavnika debela $d = 1$ mm! Kolikšna je celotna izgubna moč pri nazivni obremenitvi? V izračunu upoštevajte gostoto silicijeve transformatorske pločevine $\rho_{Fe} = 7{,}55$ kg/dm^3 in specifično upornost bakra $\rho_{Cu} = 1{,}75 \cdot 10^{-8}$ Ωm.



Slika 55.1 – Jedro transformatorja iz EI

Rešitev:

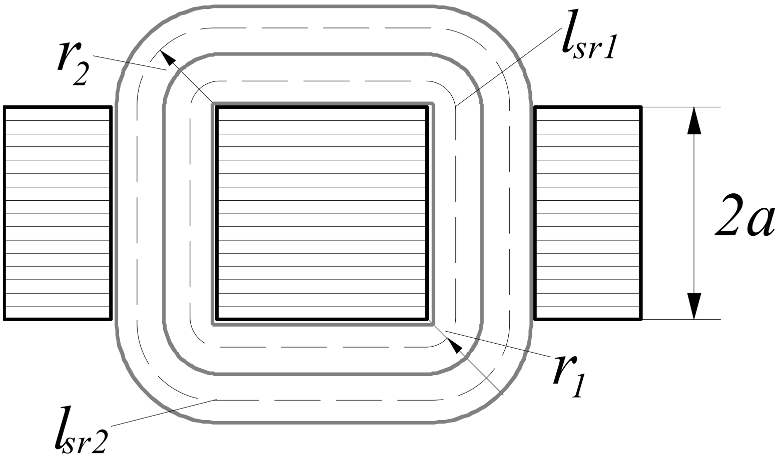
Izgube v železu so sorazmerne masi feromagnetnega jedra. Za izbrano vrsto pločevine imamo podane specifične izgube za projektirano amplitudo gostote B_m. Najprej izračunamo na podlagi dimenzij jedrnih listov volumen jedra V_i. Iz slike 42.1 lahko ugotovimo, da je volumen jedra enak prostornini kvadra, ki ga določajo gabariti jedra, zmanjšanega za prostornini obeh oken skozi kateri potekajo bakrena navitja.

$$\begin{aligned} V_j &= 6a \cdot 5a \cdot 2a - 2\left(3a \cdot a \cdot 2a\right) = 48a^3 = \\ &= 48\left(0{,}2 \text{ dm}\right)^3 = 0{,}384 \text{ dm}^3 \end{aligned} \tag{55.1}$$

Izgube izračunamo iz podane gostote transformatorske pločevine ρ_{Fe} z upoštevanjem polnilnega faktorja. Gostota transformatorske pločevine je nižja od gostote čistega železa in jekla (7,88 kg/dm^3), ker vsebuje visok delež silicija (do 4,5 %), s katerim povečamo električno upornost železa.

$$\begin{aligned} P_{izFe} &= V_j \, k_{Fe} \rho_{Fe} P_{sr} = \\ &= 0{,}384 \text{ dm}^3 \cdot 0{,}9 \cdot 7{,}55 \text{ kg dm}^{-3} \cdot 1{,}5 \text{ W kg}^{-1} = \underline{3{,}9 \text{ W}} \end{aligned} \tag{55.2}$$

Izgube v bakru izračunamo tako, da najprej določimo ohmske upornosti posameznih navitij. V ta namen moramo poznati dolžine bakrenih žic, preseki pa so bili določeni že med načrtovanjem. Na sliki 55.2 je prikazan prerez skozi jedro iz katerega lahko ugotovimo srednje dolžine navitij. Sam izračun nekoliko poenostavimo s tem, da računamo za vsa sekundarna navitja z isto dolžino ovoja.



Slika 55.2 – Določitev srednje dolžine ovoja

Razpoložljivi prostor okna zasedata primarno in sekundarno navitje, tuljavnik in izolacija. Kot prikazuje slika 55.2, je sekundar navit čez primar, kar je običajno, saj ima sekundarna stran pogosto več navitij in odcepov. Razmere so nekoliko drugačne, v kolikor bi uporabili deljen tuljavnik. Dolžina srednjega ovoja primarja je dana z izrazom

$$l_{sr1} = 4 \cdot \left(2a + 2d\right) + 2\pi r_1 = 8\left(a + d\right) + 2\pi r_1 . \tag{55.3}$$

Na enak način določimo tudi l_{sr2} za sekundar, le da moramo upoštevati krivinski radij r_2. Če zanemarimo debelino zunanje in izolacije med navitji sta r_1 in r_2 določena s širino okna

$$r_1 = \frac{1}{4}\left(a - d\right) \quad \text{in} \quad r_2 = \frac{3}{4}\left(a - d\right) \tag{55.4}$$

Iz gornjih enačb in danih dimenzij izračunamo srednji dolžini: $l_{sr1} = 198$ mm in $l_{sr2} = 257{,}5$ mm. Upornosti navitij izračunamo sedaj po znanem obrazcu za upornost žice.

$$\begin{aligned} R_1 &= \rho_{Cu} \frac{l_1}{A_1} = \rho_{Cu} \frac{4 N_1 l_{sr1}}{\pi d_1^2} = \\ &= 1{,}75 \cdot 10^{-8} \Omega\text{m} \frac{4 \cdot 530 \cdot 0{,}198 \text{ m}}{\pi \cdot 0{,}65^2 \cdot 10^{-6} \text{m}^2} = \underline{5{,}53\ \Omega} \end{aligned} \tag{55.5}$$

Na enak način izračunamo tudi upornosti sekundarnih navitij:

$$R_{21} = R_{22} = \underline{0{,}149\ \Omega} \quad \text{in} \quad R_{23} = \underline{1{,}76\ \Omega} \tag{55.6}$$

Ohmske izgube so povezane s tokom, zato jih določimo pri obremenitvi z nazivnimi sekundarnimi tokovi. Vrednost toka I_1, ki smo jo izračunali v prejšnji nalogi (54.17) uporabimo za ohmske izgube primarja.

$$P_{Cu1} = I_1^2 R_1 = \left(0{,}86\text{A}\right)^2 \cdot 5{,}53\ \Omega = 4{,}1\ \text{W} \tag{55.7}$$

Podobno dobimo tudi ohmske izgube sekundarnih navitij, pri zahtevanih nazivnih tokovih (vaja 54).

$$P_{Cu21} + P_{Cu22} = 4{,}8\ \text{W} \quad \text{in} \quad P_{Cu23} = 0{,}44\ \text{W} \tag{55.8}$$

$$P_{iz} = P_{Fe} + P_{Cu} = 3{,}9\ \text{W} + (4{,}1\,\text{W} + 4{,}8\,\text{W} + 0{,}44\,\text{W}) = \\ =3{,}9\ \text{W} + 9{,}34\ \text{W} = \underline{13{,}24\,\text{W}} \tag{55.9}$$

Gornji rezultat se dovolj dobro ujema z oceno izgub, ki smo jo uporabili pri projektiranju transformatorja v prejšnji nalogi. Dejanski izkoristek je nekoliko večji od uporabljenih 90%.

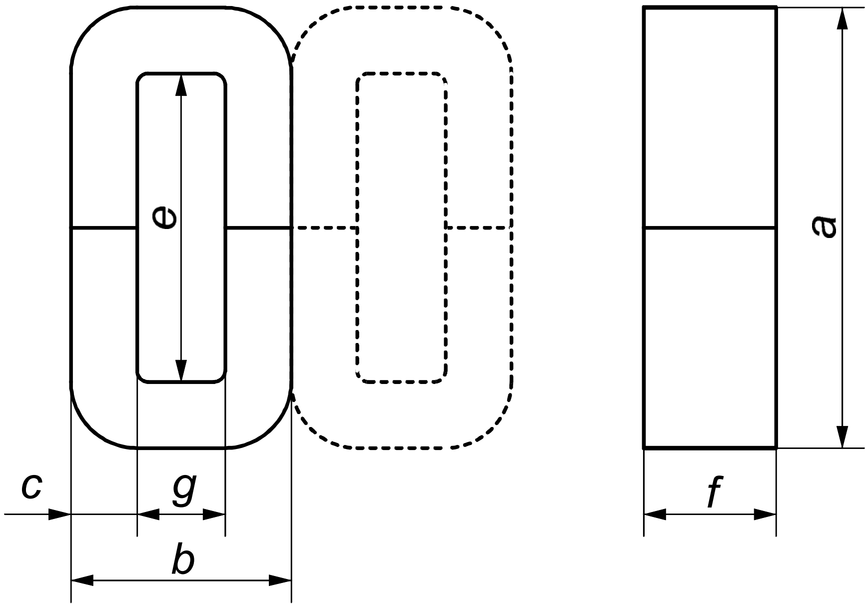
$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{P_2 + P_{iz}} = \frac{175\ \text{W}}{175\ \text{W} + 13{,}4\ \text{W}} = \underline{0{,}93} \tag{55.10}$$

Izračun izgub lahko uporabimo za optimizacijo izračuna, kar pa ima smisel le, če so rezerve zaradi razlik med izračunanimi in izbranimi standardnimi dimenzijami jedra in preseki žic večje, kot v izvedenem postopku.

Naloga 56

Kolikšne so maksimalne prenašane navidezne moči tračnih CM jeder v tabeli 56.1? Jedra so navita iz hladno valjane orientirane pločevine s temensko gostoto magnetnega pretoka $B_m = 1{,}7$ T. Pri izračunu upoštevajte gostoto toka $j = 3$ A/mm^2!

$f = 50$ Hz $\qquad k_{Cu} = 0{,}3 \qquad k_{Fe} = 0{,}9 \qquad \eta = 0{,}92$



Slika 56.1 – Prerezano tračno CM jedro

Tabela 56.1 Velikosti prerezanih tračnih CM jeder za male enofazne trasformatorje

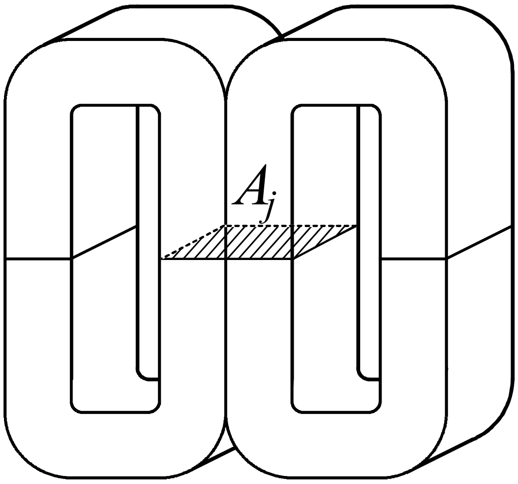
Tip	Mere v mm					
	a_{max}	b_{max}	c	e_{min}	f	g_{min}
CM 42	43,6	21,8	6,0	31,0	15,2	9,5
CM 55	56,3	28,4	8,5	38,5	20,8	11,0
CM 65	65,6	33,2	9,9	45,0	27,0	13,0
CM 74	74,6	37,2	11,4	51,0	32,5	14,5

Rešitev:

Maksimalna prenašana moč je določena z dimenzijami transformatorja in največjimi obremenitvami uporabljenih materialov. Zveza med primarno navidezno močjo transformatorja in njegovimi dimenzijami je določena s spodnjo enačbo (vaja 54):

$$P_1 = 2,22 f k_{Fe} k_{Cu} j B_m A_j A_o \tag{56.1}$$

Primarna moč P_1 je nekoliko večja od dejanske izhodne moči P_2, ker mora pokrivati tudi izgube. Povezavi obeh presekov z dimenzijami jedra sta razvidni iz slik 56.1 in 56.2.



Slika 56.2 – Presek železa A_j v prerezanem tračnem jedru

$$A_j = 2cf \quad , \quad A_o = ge \tag{56.2}$$

Iz (56.1), (56.2) in podanega izkoristka izračunamo sedaj izhodno moč.

$$P_2 = \eta P_1 = \eta\, 2,22 f k_{Fe} k_{Cu}\, j B_m 2c f g e \tag{56.3}$$

Z upoštevanjem danih konstant dobimo za različna jedra dimenzijsko enačbo za P_2 v VA in dimenzije jeder v mm.

$$P_2 = 2,8 \cdot 10^{-4} \cdot c f g e \tag{56.4}$$

Tabela 56.2 – Maksimalne prenašane navidezne moči za posamezna CM jedra

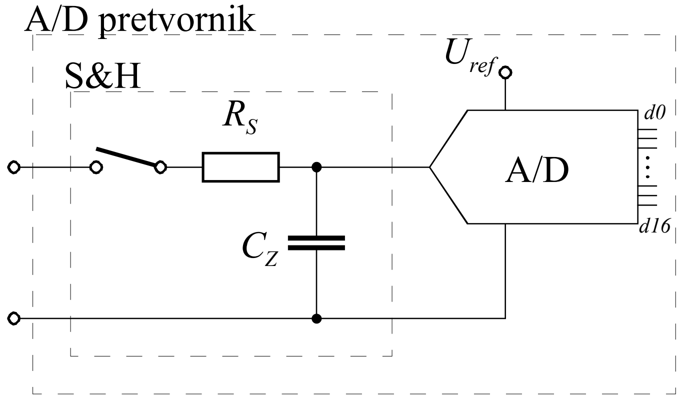
Tip	P_2 [VA]
CM 42	7,5
CM 55	21
CM 65	44
CM 74	77

7. POGLAVJE

SENZORJI

Naloga 57

Kolikšna je najvišja frekvenca vzorčenja 16-bitnega A/D pretvornika, ki potrebuje za pretvorbo enega vzorca $t_P = 8\ \mu s$? Serijska upornost vzorčevalnega in zadrževalnega vezja je $R_S = 8\ k\Omega$, kapacitivnost zadrževalnega kondenzatorja $C_Z = 20\ pF$. Izračunajte tudi najvišjo frekvenco vzorčenja, če ima merjenec notranjo upornost $R_N = 32\ k\Omega$?



Slika 57.1 – Model A/D pretvornika

Rešitev:

A/D pretvorba je sestavljena iz dveh korakov – zajemanja vzorca in pretvorbe vzorca. Čas pretvorbe je konstanten, čas zajemanja vzorca pa je ponavadi nastavljiv na nekaj diskretnih vrednosti. Potrebni čas za zajemanje vzorca, je odvisen od želene točnosti, lastnosti vzorčevalnega vezja in od lastnosti merjenca.

A/D pretvornik razdeli merilno območje na 2^N stopnic (intervalov).

$$U_{max} = U_{LSB} \cdot 2^N \tag{57.1}$$

Čas zajemanja vzorca mora biti dovolj velik, da se zadrževalni kondenzator v najslabšem primeru nabije na vrednost, ki od dejanske vrednosti signala odstopa za manj kot polovico stopnice. Najmanj ugodna primera sta, ko se mora kondenzator napolniti iz nič na maksimalno vrednost ali sprazniti iz maksimalne vrednosti na nič. Primera sta med sabo enakovredna, le da je matematični zapis praznjenja kondenzatorja enostavnejši. Zato za analizo izberemo praznjenje kondenzatorja.

$$u(t) = U_{max} \cdot e^{-\frac{t}{R_S C_Z}} \tag{57.2}$$

Izračunati moramo čas, v katerem pade napetost na zadrževalnem kondenzatorju pod polovico stopnice $\Delta = U_{LSB}$.

$$\frac{U_{LSB}}{2} = U_{max} \cdot e^{-\frac{t_Z}{R_S C_Z}} \tag{57.3}$$

$$\ln\left(\frac{U_{LSB}}{2U_{max}}\right) = -\frac{t_Z}{R_S C_Z} \tag{57.4}$$

$$t_Z = R_S C_Z \cdot \ln\left(\frac{2U_{max}}{U_{LSB}}\right) \tag{57.5}$$

Vstavimo (57.1) v (57.5) pa dobimo

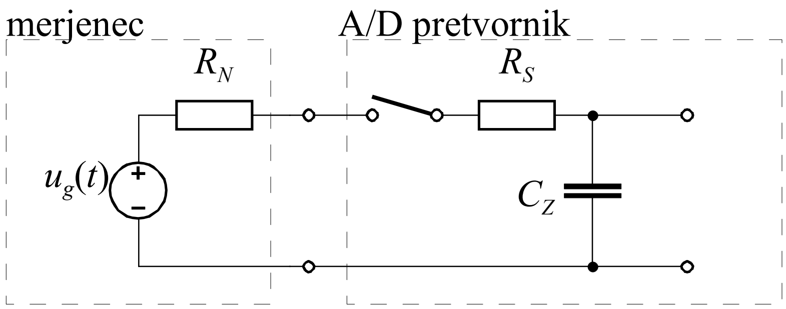
$$t_Z = R_S C_Z \cdot \ln\left(\frac{2 \cdot 2^N \cdot U_{LSB}}{U_{LSB}}\right) = R_S C_Z \cdot \ln 2^{N+1} = R_S C_Z (N+1) \ln 2 \tag{57.6}$$

$$t_Z = 8 \cdot 10^3 \Omega \cdot 20 \cdot 10^{-12} \mathrm{F} \cdot 17 \cdot \ln 2 = 1{,}9\ \mu\mathrm{s} \tag{57.7}$$

Maksimalna frekvenca vzorčenja je tedaj

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{t_Z + t_P} = \frac{1}{1{,}9 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{s} + 8 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{s}} = \underline{101\ \mathrm{kHz}} \tag{57.8}$$

Če ima merjenec tudi sam svojo notranjo upornost, se ta prišteje serijski upornosti vzorčevalnega vezja. Razmere prikazuje slika 57.2.



Slika 57.2 – Nadomestni model vezave merjenca in A/D pretvornika

Čas zajemanja vzorca t_z je sedaj

$$t_Z = (R_S + R_N) C_Z \ln 2^{N+1} = (R_S + R_N) C_Z (N+1) \ln 2 \tag{57.9}$$

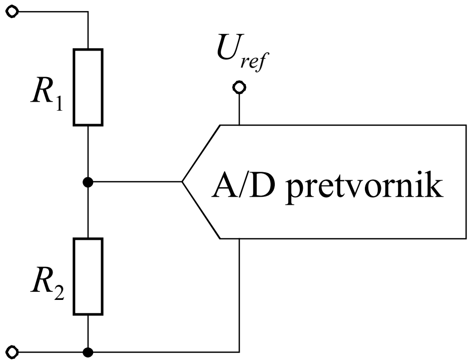
$$t_Z = (8 + 32) \cdot 10^3\ \Omega \cdot 20 \cdot 10^{-12}\ \mathrm{F} \cdot (16+1) \cdot \ln 2 = 9{,}4\ \mu\mathrm{s} \tag{57.10}$$

in maksimalna vzorčevalna frekvenca

$$f = \frac{1}{t_Z + t_P} = \frac{1}{9{,}4 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{s} + 8 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{s}} = \underline{57{,}5\ \mathrm{kHz}} \tag{57.11}$$

Naloga 58

Z 12-bitnim A/D pretvornikom,ki ima doseg od 0 do 5 V, želimo realizirati V-meter z merilnim območjem 300 V. Določite vrednosti uporov napetostnega delilnika, da bo merjenec obremenjen z največ 200 μA toka. Kolikšen mora biti čas zajemanja vzorca, če je serijska upornost vzorčevalnega vezja 10 kΩ in kapacitivnost 40 pF.



Slika 58.1 – Shema merilnika

Rešitev:

Vhodna upornost merilnika mora biti dovolj velika, da pri najvišji vhodni napetosti, vhodni tok ne preseže maksimalne dovoljene vrednosti

$$R_{vh\,min} = \frac{U_{max}}{I_{max}} = \frac{300\ \text{V}}{200 \cdot 10^{-6}\ \text{A}} = 1{,}5\ \text{M}\Omega \tag{58.1}$$

Razmerje uporov R_1 in R_2 izračunamo iz potrebnega delilnega razmerja napetosti.

$$U_{ADmax} = U_{vhmax} \frac{R_2}{R_1 + R_2} \tag{58.2}$$

$$U_{ADmax} R_1 = \left(U_{vhmax} - U_{ADmax}\right) R_2 \tag{58.3}$$

$$R_1 = R_2 \frac{U_{vhmax} - U_{ADmax}}{U_{ADmax}} = R_2 \frac{300\ \text{V} - 5\ \text{V}}{5\ \text{V}} \tag{58.4}$$

$$R_1 = 59 R_2 \tag{58.5}$$

Vsota upornosti R_1 in R_2 mora biti večja od $R_{vh\,min}$.

$$R_1 + R_2 > R_{vh\,min} \tag{58.6}$$

$$59 R_2 + R_2 > R_{vh\,min} \tag{58.7}$$

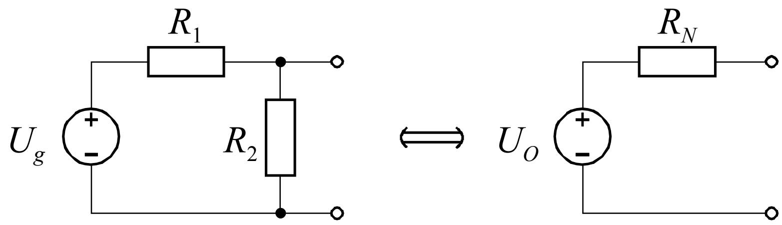
$$R_2 > \frac{1{,}5\ \text{M}\Omega}{60} = 25\ \text{k}\Omega \tag{58.8}$$

$$R_1 > 59 \cdot 25\ \text{k}\Omega = 1{,}475\ \text{M}\Omega \tag{58.9}$$

Za R_2 lahko vzamemo izračunano vrednost, za R_1 pa kar 1,5 MΩ. S tem smo merilno območje povečali malo nad zahtevano mejo in s tem zagotovili, da bo merilno območje še vedno dovolj veliko, tudi če bi se sicer merilno območje malo zmanjšalo zaradi toleranc elementov.

$$R_2 = \underline{25\ \text{k}\Omega} \quad \text{in} \quad R_1 = \underline{1{,}5\ \text{M}\Omega} \tag{58.10}$$

Za izračun časa zajemanja vzorca je potrebno ugotoviti kolikšno notranjo upornost ima vezje priključeno na A/D pretvornik. To vezje sestavljata merjeni vir in vhodni delilnik. Kako to vezje čuti A/D pretvornik najbolj nazorno vidimo, če ga nadomestimo s Théveninovim nadomestnim vezjem.



Slika 58.2 – Théveninovo nadomestno vezje merjenega vira in vhodnega delilnika

Napetost U_O je napetost odprtih sponk originalnega vezja.

$$U_O = U_g \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} \tag{58.11}$$

Upornost R_N dobimo tako, da vse napetostne vire nadomestimo s kratkim stikom, vse tokovne vire z odprtimi sponkami in izračunamo upornost med priključnima sponkama spremenjenega vezja.

$$R_N = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \tag{58.12}$$

$$R_N = \frac{1{,}5 \cdot 10^6\ \Omega \cdot 25 \cdot 10^3\ \Omega}{1{,}5 \cdot 10^6\ \Omega + 25 \cdot 10^3\ \Omega} = 24{,}59\ \text{k}\Omega \tag{58.13}$$

Čas zajemanja vzorca izračunamo z enačbo (57.6).

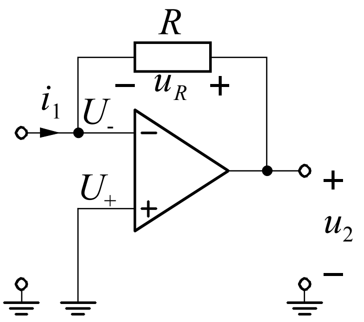
$$t_Z = (R_S + R_N)\,C_Z\,(N+1)\ln 2 \tag{58.14}$$

$$t_Z = (10 + 24{,}59) \cdot 10^3\ \Omega \cdot 40 \cdot 10^{-12}\ \text{F} \cdot 13 \cdot \ln 2 \tag{58.15}$$

$$t_Z = \underline{12{,}5\ \mu\text{s}} \tag{58.16}$$

Naloga 59

Izpeljite izraz za izhodno napetost u_2 v odvisnosti od vhodnega toka i_1 za vezje podano na sliki 59.1.



Slika 59.1 – Tokovno napetostni pretvornik z operacijskim ojačevalnikom

Rešitev:

Analizo vezij z operacijskimi ojačevalniki, lahko zelo poenostavimo z uporabo dveh preprostih pravil, ki veljata za idealen operacijski ojačevalnik z negativno povratno vezavo:

1. Invertirajoči in neinvertirajoči vhod imata isti potencial.
2. Tok v vhodni sponki je enak nič.

Pri tem se je potrebno zavedati, da pri realnem operacijskem ojačevalniku ti pravili veljata le približno in da nehata veljati, ko pride operacijski ojačevalnik v nasičenje. Dano vezje bomo obravnavali v linearnem področju, kjer pravili veljata.

Najprej uporabimo prvo pravilo. Ker imata oba vhoda isti potencial, je potencial invertirajočega vhoda 0 V. Zato je napetost na uporu R enaka izhodni napetosti u_2.

$$U_- = U_+ = 0\ \mathrm{V} \tag{59.1}$$

$$u_2 = u_R \tag{59.2}$$

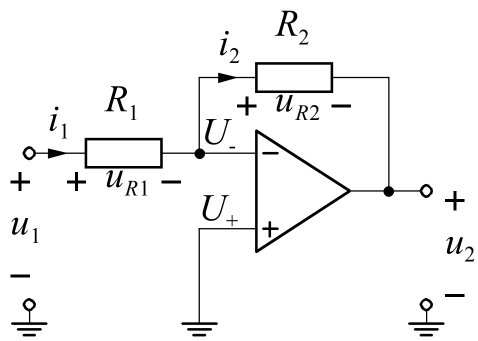
Sedaj pride na vrsto drugo pravilo. Ker v vhodni sponki operacijskega ojačevalnika ne teče noben tok, teče ves tok i_1 skozi upor R. Ta tok povzroči na uporu R padec napetosti, ki je polariziran nasprotno od napetosti u_2.

$$u_R = -i_1 \cdot R \tag{59.3}$$

$$\underline{u_2 = -i_1 \cdot R} \tag{59.4}$$

Naloga 60

Izpeljite ojačenje za vezje na sliki 60.1 .



Slika 60.1 – Invertirajoči ojačevlnik

Rešitev:

Pri reševanju vezja bomo spet uporabili obe osnovni pravili. Najprej upoštevajmo, da sta potenciala na obeh vhodnih sponkah enaka.

$$U_- = U_+ = 0 \text{ V} \tag{60.1}$$

Zato velja

$$u_2 = -u_{R2} \tag{60.2}$$

in

$$i_1 = \frac{u_1 - U_-}{R_1} = \frac{u_1}{R_1} \tag{60.3}$$

Ker je vhodni tok v operacijski ojačevalnik enak nič, sta toka i_1 in i_2 enaka.

$$i_2 = \frac{u_1}{R_1} \tag{60.4}$$

Tok i_2 povzroči na uporu R_2 padec napetosti u_{R2}.

$$u_{R2} = i_2 \cdot R_2 = \frac{u_1}{R_1} \cdot R_2 \tag{60.5}$$

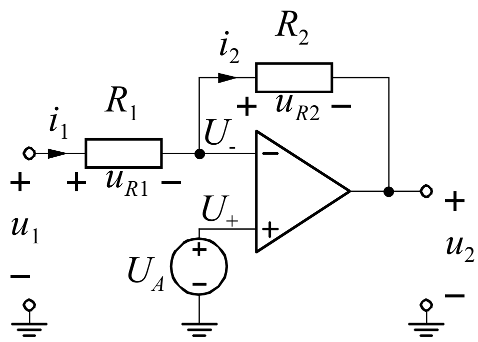
$$u_2 = -u_1 \cdot \frac{R_2}{R_1} \tag{60.6}$$

$$A_u = \frac{u_2}{u_1} = \frac{-u_1 \cdot \frac{R_2}{R_1}}{u_1} \tag{60.7}$$

$$\underline{A_u = -\frac{R_2}{R_1}} \tag{60.8}$$

Naloga 61

Izpeljite izhodno napetost u_2 za vezje na sliki 61.1.



Slika 61.1 – Invertirajoči ojačevalnik z odmikom

Rešitev:

Upoštevajmo zlato pravilo, da sta potenciala vhodnih sponk operacijskega ojačevalnika enaka.

$$U_- = U_+ = U_A \tag{61.1}$$

Izhodno napetost lahko izrazimo z napetostma U_A in u_{R2}

$$u_2 = U_- - u_{R2} = U_A - u_{R2} \tag{61.2}$$

Ker sta toka v vhodni sponki operacijskega ojačevalnika enaka nič, sta toka i_1 in i_2 enaka.

$$i_2 = i_1 = \frac{u_1 - U_A}{R_1} \tag{61.3}$$

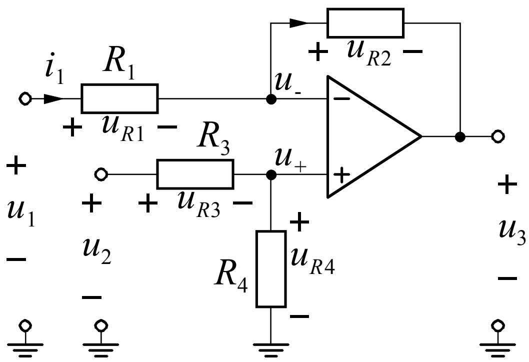
$$u_{R2} = i_2 \cdot R_2 = \frac{u_1 - U_A}{R_1} \cdot R_2 \tag{61.4}$$

$$u_2 = U_A - \left(u_1 - U_A\right) \cdot \frac{R_2}{R_1} \tag{61.5}$$

$$\underline{u_2 = U_A \cdot \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) - u_1 \cdot \frac{R_2}{R_1}} \tag{61.6}$$

Naloga 62

Izpeljite izhodno napetost u_3 za vezje na sliki 62.1. Kakšna je napetost u_3, če so vsi štirje upori enaki?



Slika 62.1 – Napetostni odštevalnik

Rešitev:

Ker v vhodni sponki idealnega operacijskega ojačevalnika ne teče noben tok, je napetostni delilnik R_3, R_4 neobremenjen. Zato lahko napetost u_+ izrazimo z (62.1).

$$u_+ = u_2 \cdot \frac{R_4}{R_3 + R_4} \tag{62.1}$$

Potenciala na vhodnih sponkah operacijskega ojačevalnika sta enaka.

$$u_- = u_+ = u_2 \cdot \frac{R_4}{R_3 + R_4} \tag{62.2}$$

$$u_3 = u_- - u_{R2} \tag{62.3}$$

$$u_{R2} = i_2 \cdot R_2 = i_1 \cdot R_2 \tag{62.4}$$

$$i_1 = \frac{u_1 - u_-}{R_1} \tag{62.5}$$

$$u_3 = u_- - \frac{u_1 - u_-}{R_1} \cdot R_2 = u_- \cdot \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) - u_1 \cdot \frac{R_2}{R_1} \tag{62.6}$$

$$\underline{u_3 = u_2 \cdot \frac{R_4}{R_3 + R_4} \cdot \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) - u_1 \cdot \frac{R_2}{R_1}} \tag{62.7}$$

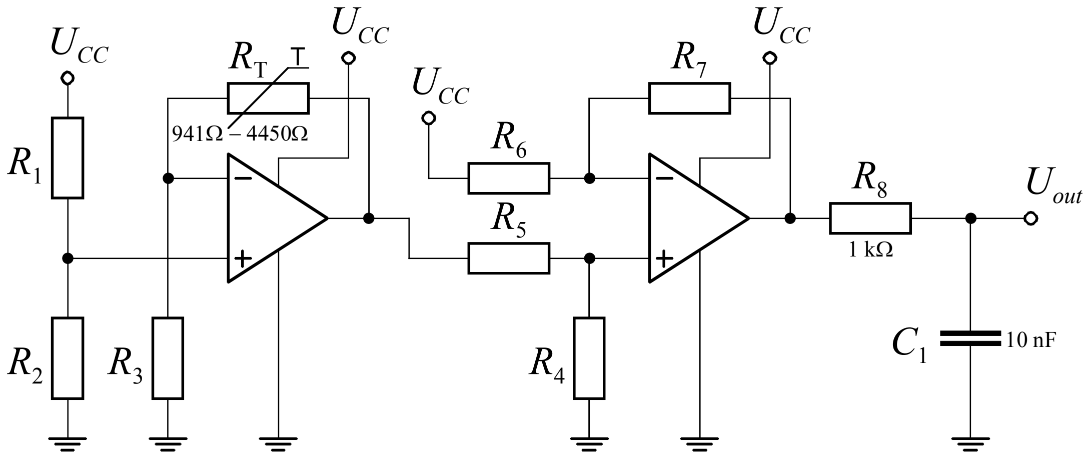
Če so vsi upori enaki, dobimo (62.8) oziroma (62.9).

$$u_3 = u_2 \cdot \frac{R}{2R} \cdot \left(1 + \frac{R}{R}\right) - u_1 \cdot \frac{R}{R} \tag{62.8}$$

$$\underline{u_3 = u_2 - u_1} \tag{62.9}$$

Naloga 63

Določite vrednosti elementov prilagodilnega vezja na sliki 63.1, da bo izhod primeren za vzorčenje z A/D pretvornikom z dosegom od 0 V do 5 V. Za temperaturni senzor R_T je uporabljen silicijev PTK upor, ki ima pri minimalni temperaturi -50°C upornost 941 Ω, pri maksimalni temperaturi +150°C pa 4450 Ω. Skozi senzor mora ves čas teči konstanten tok 1 mA. Napajalna napetost U_{CC} je 5 V. Predpostavite, da sta operacijska ojačevalnika idealna in da izhod doseže obe napajalni napetosti (rail to rail).



Slika 63.1 – Prilagodilno vezje temperaturnega senzorja KTY81-220

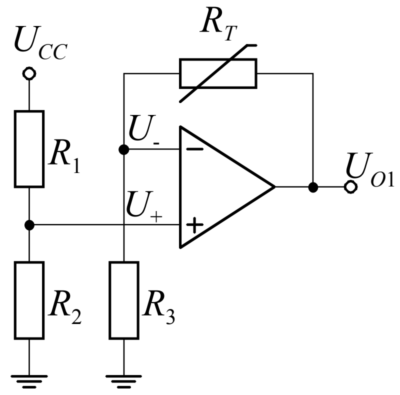
Rešitev:

Kompleksne probleme je težko reševati, zato si, če se le da, vsak problem razstavimo v več enostavnejših. Prilagodilno vezje na sliki 63.1 razdelimo v dva dela. Prvi del vezja predstavlja levi operacijski ojačevalnik, ki zagotavlja delovne pogoje za senzor (konstantni tok 1 mA skozi senzor) in pretvarja senzorjevo izhodno veličino (upornost) v želeno izhodno veličino (napetost). Drugi del vezja, ki ga predstavlja desni operacijski ojačevalnik, odpravi napetostni odmik (offset) izhoda iz prvega ojačevalnika in ga toliko ojači, da je doseg izhoda enak dosegu vhoda A/D pretvornika.

Pri reševanju se bomo opirali na obe osnovni pravili za vezja z operacijskimi ojačevalniki, ki veljata, dokler operacijski ojačevalnik ne pride v nasičenje:

1. Invertirajoči in neinvertirajoči vhod imata isti potencial.
2. Tok v vhodni sponki je enak nič.

Najprej si poglejmo prvi del vezja, ki je prikazan na sliki 63.2.



Slika 63.2 – Prvi del vezja, ki zagotavlja delovne pogoje senzorja

Z uporoma R_1 in R_2 lahko nastavimo napetost U_+ na poljubno napetost med 0 in 5 V. Napetost U_- ima, po prvem zlatem pravilu, isto vrednost. Skozi upor R_3 teče tok

$$I_{R3} = \frac{U_-}{R_3} = \frac{U_+}{R_3} \tag{63.1}$$

Ker v vhodni sponki ne teče nič toka, teče celoten tok I_{R3} tudi skozi senzor R_T. Ta tok mora biti 1 mA. Ta tok povzroči na senzorju padec napetosti, ki je premosorazmeren z njegovo upornostjo. Pri minimalni in maksimalni upornosti senzorja bo ta napetost

$$U_{RTmin} = R_{Tmin} \cdot 1\text{mA} = 941\Omega \cdot 1\text{mA} = 0,941\text{ V} \tag{63.2}$$

$$U_{RTmax} = R_{Tmax} \cdot 1\text{mA} = 4450\Omega \cdot 1\text{mA} = 4,45\text{V} \tag{63.3}$$

Izhodna napetost ojačevalnika U_{O1} je

$$U_{O1} = U_- + U_{RT} \tag{63.4}$$

Izhodna napetost ojačevalnika ne more preseči napajalne napetosti. Zato iz (63.4) sledi

$$U_- = U_{O1max} - U_{RTmax} = 5\text{ V} - 4,45\text{ V} = 0,55\text{ V} \tag{63.5}$$

Sedaj lahko izračunamo upornost R_3.

$$R_3 = \frac{U_-}{1\text{ mA}} = \frac{0,55\text{ V}}{1\text{ mA}} = \underline{550\ \Omega} \tag{63.6}$$

Iz napajalne napetosti in napetosti U_+ lahko določimo razmerje uporov R_1 in R_2, njunih vrednosti pa ne moremo enolično določiti. Premajhnih vrednosti ne smemo izbrati, ker bi to brez potrebe povečalo porabo in gretje, prevelikih pa tudi ne želimo, ker je termični šum večji pri večjih uporih. Vrednosti v razredu 10 kΩ do 100 kΩ bi bile primerne.

$$U_+ = U_{CC} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} \tag{63.7}$$

$$U_+ \cdot R_1 = U_{CC} \cdot R_2 - U_+ \cdot R_2 \tag{63.8}$$

$$R_1 = \frac{U_{CC} - U_+}{U_+} \cdot R_2 = \frac{5\ \mathrm{V} - 0{,}55\ \mathrm{V}}{0{,}55\ \mathrm{V}} = 8{,}1 R_2 \tag{63.9}$$

Pogoju dobro ustrezata vrednosti 11,5 kΩ in 93,1 kΩ iz lestvice E96 (toleranca 1%).

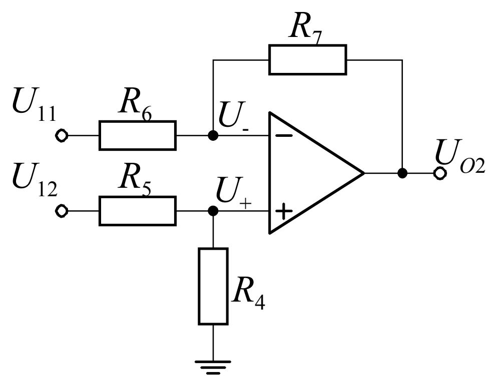
$$R_1 = \underline{93{,}1\ \mathrm{k\Omega}} \quad \text{in} \quad R_2 = \underline{11{,}5\ \mathrm{k\Omega}} \tag{63.10}$$

Tako definirano vezje, da pri minimalni in maksimalni temperaturi na izhodu napetosti

$$U_{O1min} = U_- + U_{RTmin} = 0{,}55\ \mathrm{V} + 0{,}941\ \mathrm{V} = 1{,}491\ \mathrm{V} \tag{63.11}$$

$$U_{O1max} = U_- + U_{RTmax} = 0{,}55\ \mathrm{V} + 4{,}45\ \mathrm{V} = 5{,}00\ \mathrm{V} \tag{63.12}$$

Izhodna napetost prvega dela vezja, je vhodna napetost drugega dela vezja. Naloga drugega dela vezja je, da izhodni obseg prvega dela vezja prilagodi na obseg A/D pretvornika. Torej se mora U_{O1min} preslikati v izhodno napetost 0 V, U_{O1max} pa v izhodno napetost 5 V. Najprej analizirajmo delovanje vezja.



Slika 63.3 – Drugi del vezja, ki signal prilagodi A/D pretvorniku

Na vezje je preko upora R_6 priključena napetost U_{CC}. Za lažjo obravnavo bomo tudi to sponko obravnavali kot en vhod. Uporabimo pravilo superpozicije. Najprej postavimo napetst U_{12} na 0 V in izračunajmo izhodno napetost U_{O21}. Če je

$$U_{12} = 0\ \mathrm{V} \tag{63.13}$$

potem sta tudi

$$U_+ = U_- = 0\text{V} \tag{63.14}$$

Tok skozi upor R_6 je potem

$$I_{R6} = \frac{U_{11} - U_-}{R_6} = \frac{U_{11}}{R_6} \tag{63.15}$$

Izhodna napetost U_{O21} pa

$$U_{O21} = U_- - I_{R6} \cdot R_7 = -U_{11} \cdot \frac{R_7}{R_6} \tag{63.16}$$

Sedaj postavimo napetost U_{11} na 0 V in izračunajmo izhodno napetost U_{O22}. Ker v vhodni sponki ne teče noben tok, je napetost U_+ odvisna le od vhodne napetosti U_{12} in delilnega razmerja uporov R_4 in R_5.

$$U_+ = U_{12} \cdot \frac{R_4}{R_4 + R_5} \tag{63.17}$$

Napetost U_- je enaka napetosti U_+. Tok skozi upor R_6 je sedaj

$$I_{R6} = \frac{U_{11} - U_-}{R_6} = -\frac{U_+}{R_6} \tag{63.18}$$

Izhodna napetost je

$$U_{O22} = U_- - I_{R6} \cdot R_7 = U_+ - \left(-\frac{U_+}{R_6}\right) \cdot R_7 = U_+ \cdot \left(1 + \frac{R_7}{R_6}\right) \tag{63.19}$$

Enačbo (63.17) vstavimo v (63.19), pa dobimo

$$U_{O22} = U_{12} \cdot \frac{R_4}{R_4 + R_5} \cdot \left(1 + \frac{R_7}{R_6}\right) \tag{63.20}$$

Sedaj oba delna rezultata (63.16) in (63.20) seštejmo.

$$U_{O2} = U_{O21} + U_{O22} = -U_{11} \cdot \frac{R_7}{R_6} + U_{12} \cdot \frac{R_4}{R_4 + R_5} \cdot \left(1 + \frac{R_7}{R_6}\right) \tag{63.21}$$

Upoštevajmo, da je U_{11} pravzaprav U_{CC}, U_{12} pa U_{O1}.

$$U_{O2} = -U_{CC} \cdot \frac{R_7}{R_6} + U_{O1} \cdot \frac{R_4}{R_4 + R_5} \cdot \left(1 + \frac{R_7}{R_6}\right) \tag{63.22}$$

Iz rezultata (63.22) lahko ugotovimo, da lahko s prvim členom izhodno napetost poljubno znižamo, neodvisno od napetosti U_{O1}. Drugi člen pa prestavlja napetost ojačano napetost U_{O1}. Maksimalno spremembo izhoda prvega ojačevalnika moramo toliko ojačiti, da bo enaka dosegu A/D pretvornika.

$$\Delta U_{O1max} = U_{O1max} - U_{O1min} = 5\text{ V} - 1{,}491\text{ V} = 3{,}509\text{ V} \tag{63.23}$$

$$A_U = \frac{\Delta U_{ADmax}}{\Delta U_{O1max}} = \frac{5\text{ V}}{3{,}509\text{ V}} = 1{,}425 \tag{63.24}$$

Sedaj lahko izračunamo kolikšna bi bila izhodna napetost U_{O2}, če bi bila vhodna napetost minimalna, in prvega člena ne bi bilo. To je ravno vrednost, na katero moramo člen $U_{CC} \cdot \frac{R_7}{R_6}$ nastaviti.

$$U'_{O2} = U_{O1min} \cdot A_U = 1{,}491\ \text{V} \cdot 1{,}425 = 2{,}125\ \text{V} \tag{63.25}$$

$$U_{CC} \cdot \frac{R_7}{R_6} = U'_{O2} \tag{63.26}$$

$$R_7 = R_6 \cdot \frac{U'_{O2}}{U_{CC}} = R_6 \cdot \frac{2{,}125\ \text{V}}{5\ \text{V}} = 0{,}425 R_6 \tag{63.27}$$

Vidimo, da tudi uporov R_6 in R_7 ne moremo enolično določiti. Zato ju izberemo podobno, kot smo izbrali upora R_1 in R_2.

$$R_6 = \underline{100\ \text{k}\Omega} \quad \text{in} \quad R_7 = \underline{42{,}2\ \text{k}\Omega} \tag{63.28}$$

Iz ojačenja A_U in razmerja med uporoma R_6 in R_7 lahko izrazimo tudi razmerje med uporoma R_4 in R_5.

$$A_U = \frac{R_4}{R_4 + R_5} \cdot \left(1 + \frac{R_7}{R_6}\right) \tag{63.29}$$

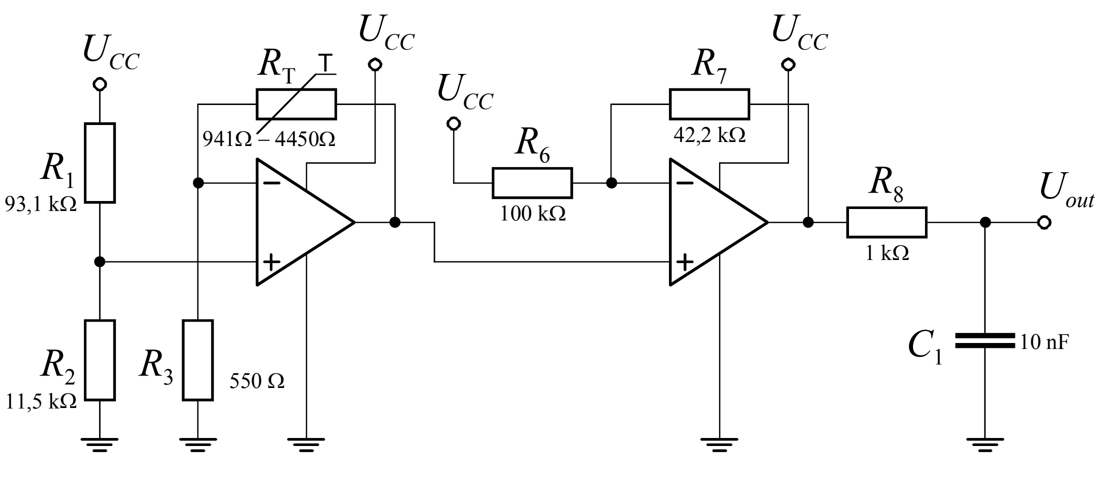
$$1{,}425 = \frac{R_4}{R_4 + R_5} \cdot (1 + 0{,}425) \tag{63.30}$$

$$\frac{1{,}425}{1{,}425} = \frac{R_4}{R_4 + R_5} \tag{63.31}$$

$$R_4 + R_5 = R_4 \quad \Rightarrow \quad R_5 = 0\ \Omega \quad , \quad R_4 = \mathit{nedolo\check{c}en} \tag{63.32}$$

Ta rezultat pomeni, da lahko v tem konkretnem primeru upor R_5 nadomestimo s kratkim stikom, upor R_4 pa za osnovno delovanje vezja ni pomemben. Važno je le, da ni nič. Vendar je lahko njegova upornost tudi neskončna, zato ga lahko odstranimo.

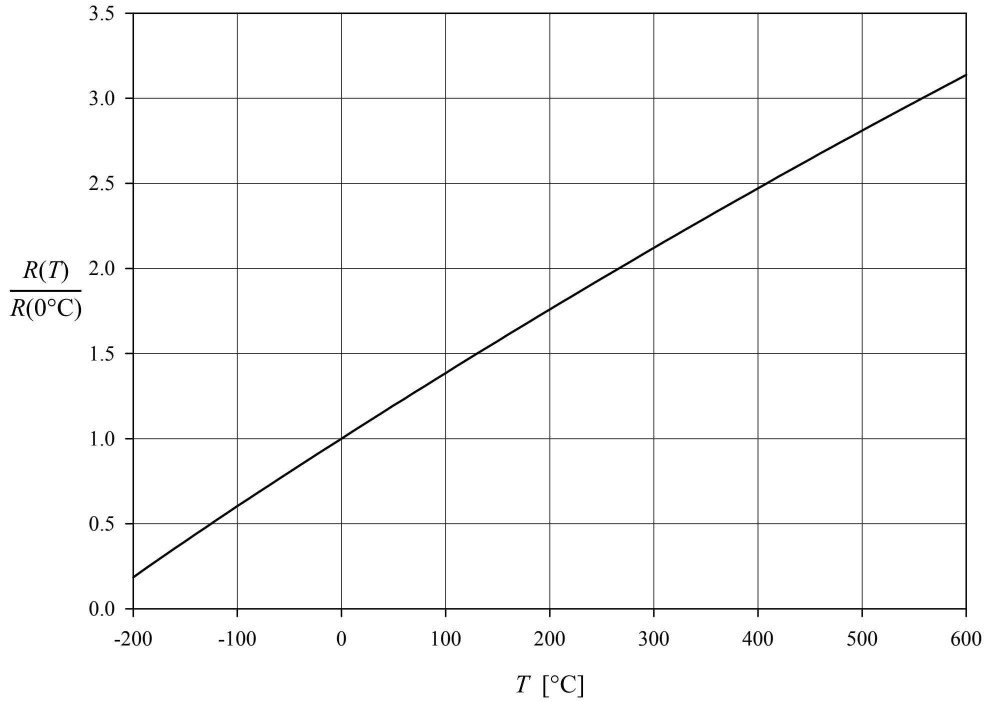
Upor R_8 in kondenzator C_1 sta že določena. Skupaj predstavljata nizkoprepustni filter, ki odstrani visokofrekvenčne motnje in s tem izboljša natančnost meritve.



Slika 63.4 – Končno prilagodilno vezje temperaturnega senzorja KTY81-220

DODATEK

TABELE in GRAFI



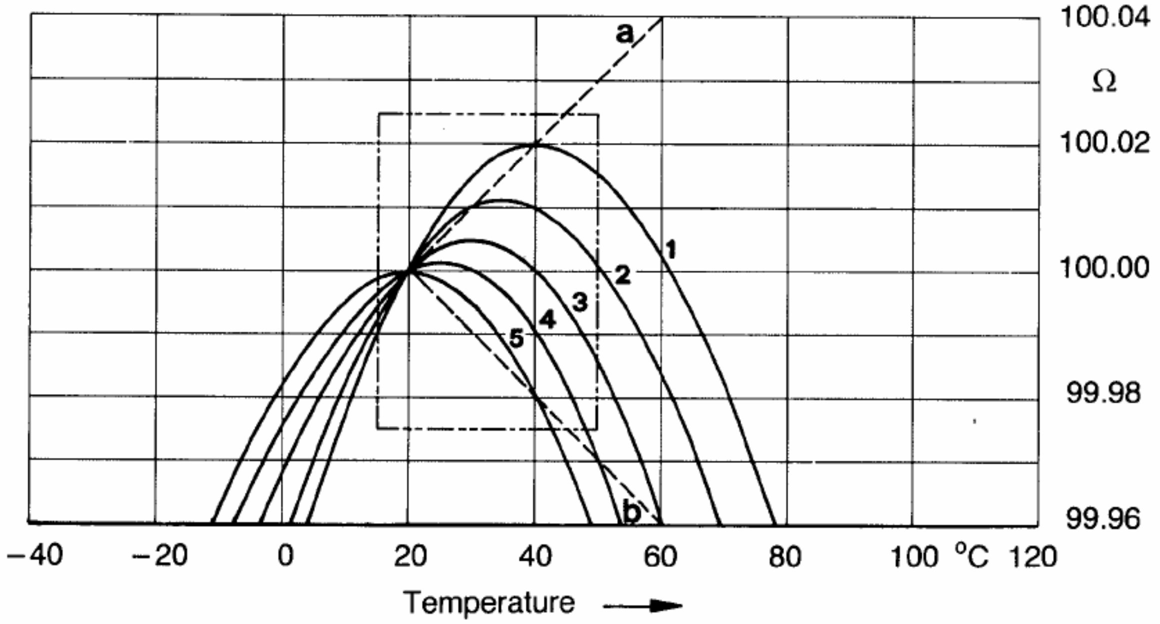
Slika D.1 – Graf temperaturne odvisnosti Pt - upora

Tabela D.1 – Temperaturna odvisnost upornosti platine glede na upornost pri 0°C za temperaturno območje -200°C do 0°C

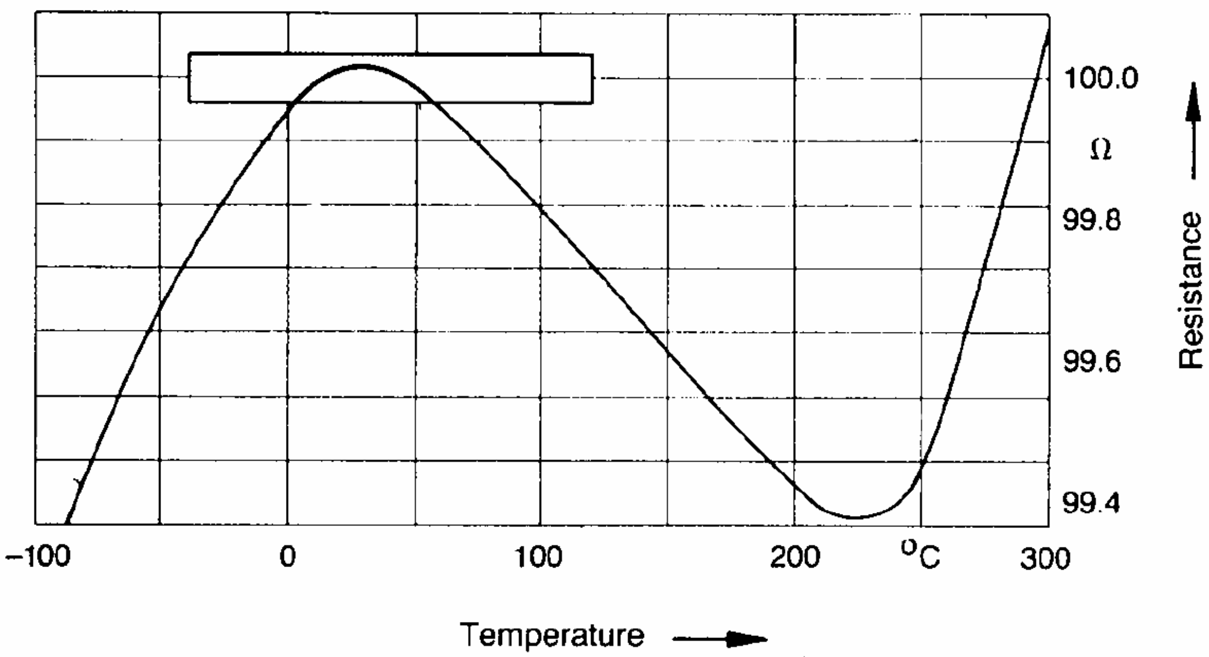
°C	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
-200	0.185	0.190	0.194	0.198	0.202	0.207	0.211	0.215	0.220	0.224
-190	0.228	0.233	0.237	0.241	0.245	0.250	0.254	0.258	0.262	0.267
-180	0.271	0.275	0.279	0.284	0.288	0.292	0.296	0.301	0.305	0.309
-170	0.313	0.318	0.322	0.326	0.330	0.334	0.339	0.343	0.347	0.351
-160	0.355	0.360	0.364	0.368	0.372	0.376	0.381	0.385	0.389	0.393
-150	0.397	0.401	0.406	0.410	0.414	0.418	0.422	0.426	0.430	0.435
-140	0.439	0.443	0.447	0.451	0.455	0.459	0.464	0.468	0.472	0.476
-130	0.480	0.484	0.488	0.492	0.496	0.501	0.505	0.509	0.513	0.517
-120	0.521	0.525	0.529	0.533	0.537	0.542	0.546	0.550	0.554	0.558
-110	0.562	0.566	0.570	0.574	0.578	0.582	0.586	0.590	0.594	0.599
-100	0.603	0.607	0.611	0.615	0.619	0.623	0.627	0.631	0.635	0.639
-90	0.643	0.647	0.651	0.655	0.659	0.663	0.667	0.671	0.675	0.679
-80	0.683	0.687	0.691	0.695	0.699	0.703	0.707	0.711	0.715	0.719
-70	0.723	0.727	0.731	0.735	0.739	0.743	0.747	0.751	0.755	0.759
-60	0.763	0.767	0.771	0.775	0.779	0.783	0.787	0.791	0.795	0.799
–50	0.803	0.807	0.811	0.815	0.819	0.823	0.827	0.831	0.835	0.839
–40	0.843	0.847	0.851	0.855	0.859	0.862	0.866	0.870	0.874	0.878
–30	0.882	0.886	0.890	0.894	0.898	0.902	0.906	0.910	0.914	0.918
–20	0.922	0.926	0.929	0.933	0.937	0.941	0.945	0.949	0.953	0.957
–10	0.961	0.965	0.969	0.973	0.977	0.980	0.984	0.988	0.992	0.996

Tabela D.2 – Temperaturna odvisnost upornosti platine glede na upornost pri 0°C za temperaturno območje 0°C do 500°C

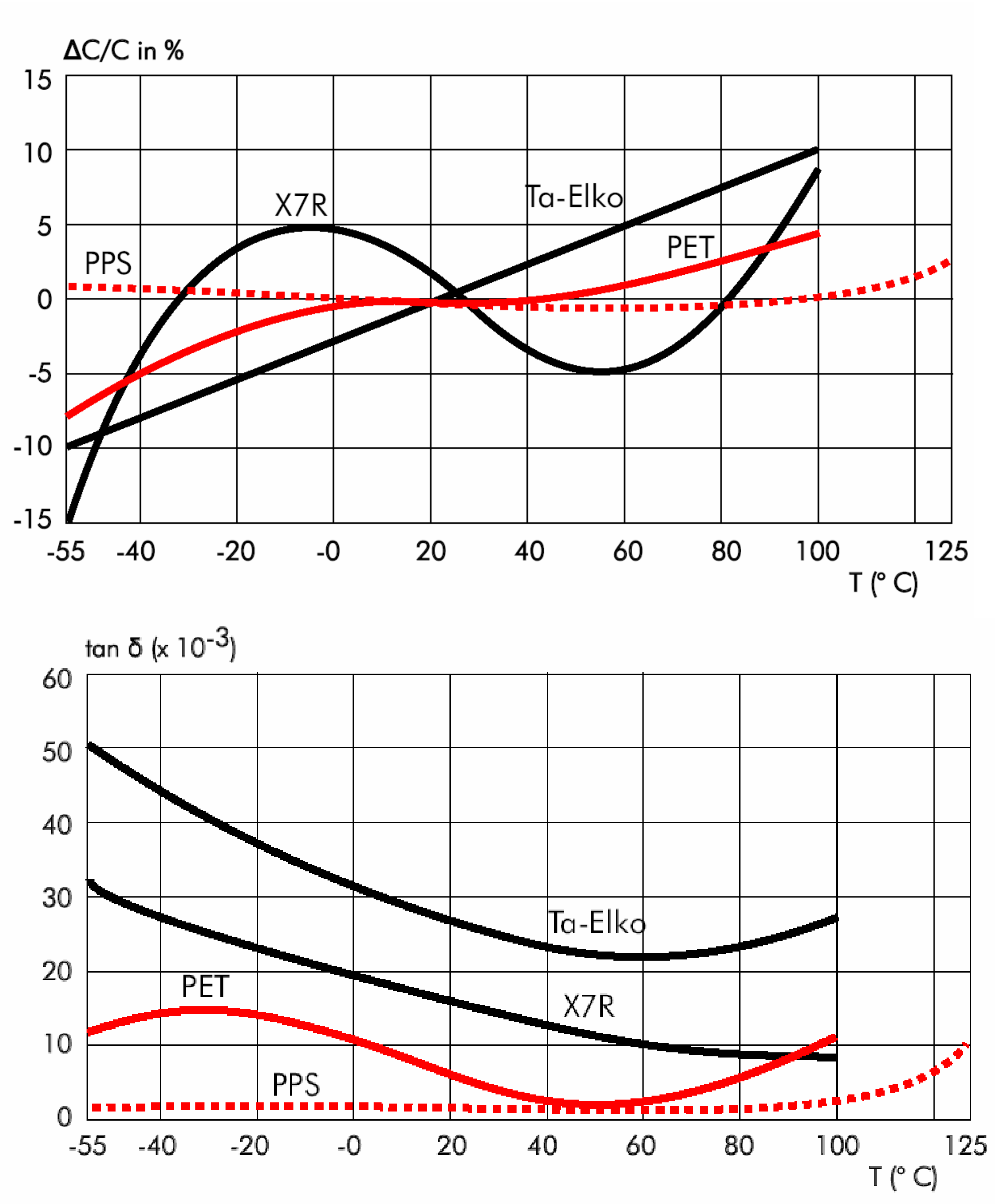
°C	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1.000	1.004	1.008	1.012	1.016	1.020	1.023	1.027	1.031	1.035
10	1.039	1.043	1.047	1.051	1.055	1.058	1.062	1.066	1.070	1.074
20	1.078	1.082	1.086	1.090	1.093	1.097	1.101	1.105	1.109	1.113
30	1.117	1.121	1.124	1.128	1.132	1.136	1.140	1.144	1.148	1.152
40	1.155	1.159	1.163	1.167	1.171	1.175	1.179	1.182	1.186	1.190
50	1.194	1.198	1.202	1.206	1.209	1.213	1.217	1.221	1.225	1.229
60	1.232	1.236	1.240	1.244	1.248	1.252	1.255	1.259	1.263	1.267
70	1.271	1.275	1.278	1.282	1.286	1.290	1.294	1.298	1.301	1.305
80	1.309	1.313	1.317	1.320	1.324	1.328	1.332	1.336	1.339	1.343
90	1.347	1.351	1.355	1.358	1.362	1.366	1.370	1.374	1.377	1.381
100	1.385	1.389	1.393	1.396	1.400	1.404	1.408	1.412	1.415	1.419
110	1.423	1.427	1.430	1.434	1.438	1.442	1.446	1.449	1.453	1.457
120	1.461	1.464	1.468	1.472	1.476	1.480	1.483	1.487	1.491	1.495
130	1.498	1.502	1.506	1.510	1.513	1.517	1.521	1.525	1.528	1.532
140	1.536	1.540	1.543	1.547	1.551	1.555	1.558	1.562	1.566	1.570
150	1.573	1.577	1.581	1.584	1.588	1.592	1.596	1.599	1.603	1.607
160	1.611	1.614	1.618	1.622	1.625	1.629	1.633	1.637	1.640	1.644
170	1.648	1.651	1.655	1.659	1.663	1.666	1.670	1.674	1.677	1.681
180	1.685	1.688	1.692	1.696	1.700	1.703	1.707	1.711	1.714	1.718
190	1.722	1.725	1.729	1.733	1.736	1.740	1.744	1.748	1.751	1.755
200	1.759	1.762	1.766	1.770	1.773	1.777	1.781	1.784	1.788	1.792
210	1.795	1.799	1.803	1.806	1.810	1.814	1.817	1.821	1.825	1.828
220	1.832	1.836	1.839	1.843	1.846	1.850	1.854	1.857	1.861	1.865
230	1.868	1.872	1.876	1.879	1.883	1.887	1.890	1.894	1.897	1.901
240	1.905	1.908	1.912	1.916	1.919	1.923	1.926	1.930	1.934	1.937
250	1.941	1.945	1.948	1.952	1.955	1.959	1.963	1.966	1.970	1.974
260	1.977	1.981	1.984	1.988	1.992	1.995	1.999	2.002	2.006	2.010
270	2.013	2.017	2.020	2.024	2.028	2.031	2.035	2.038	2.042	2.045
280	2.049	2.053	2.056	2.060	2.063	2.067	2.071	2.074	2.078	2.081
290	2.085	2.088	2.092	2.096	2.099	2.103	2.106	2.110	2.113	2.117
300	2.121	2.124	2.128	2.131	2.135	2.138	2.142	2.145	2.149	2.153
310	2.156	2.160	2.163	2.167	2.170	2.174	2.177	2.181	2.184	2.188
320	2.192	2.195	2.199	2.202	2.206	2.209	2.213	2.216	2.220	2.223
330	2.227	2.230	2.234	2.237	2.241	2.244	2.248	2.252	2.255	2.259
340	2.262	2.266	2.269	2.273	2.276	2.280	2.283	2.287	2.290	2.294
350	2.297	2.301	2.304	2.308	2.311	2.315	2.318	2.322	2.325	2.329
360	2.332	2.336	2.339	2.343	2.346	2.350	2.353	2.357	2.360	2.364
370	2.367	2.370	2.374	2.377	2.381	2.384	2.388	2.391	2.395	2.398
380	2.402	2.405	2.409	2.412	2.416	2.419	2.423	2.426	2.429	2.433
390	2.436	2.440	2.443	2.447	2.450	2.454	2.457	2.461	2.464	2.467
400	2.471	2.474	2.478	2.481	2.485	2.488	2.492	2.495	2.498	2.502
410	2.505	2.509	2.512	2.516	2.519	2.522	2.526	2.529	2.533	2.536
420	2.540	2.543	2.546	2.550	2.553	2.557	2.560	2.564	2.567	2.570
430	2.574	2.577	2.580	2.584	2.587	2.591	2.594	2.598	2.601	2.604
440	2.608	2.611	2.615	2.618	2.621	2.625	2.628	2.632	2.635	2.638
450	2.642	2.645	2.649	2.652	2.655	2.659	2.662	2.665	2.669	2.672
460	2.676	2.679	2.682	2.686	2.689	2.692	2.696	2.699	2.703	2.706
470	2.709	2.713	2.716	2.719	2.723	2.726	2.730	2.733	2.736	2.740
480	2.743	2.746	2.750	2.753	2.756	2.760	2.763	2.766	2.770	2.773
490	2.776	2.780	2.783	2.786	2.790	2.793	2.796	2.800	2.803	2.806
500	2.810	2.813	2.816	2.820	2.823	2.826	2.830	2.833	2.836	2.840



Slika D.2 – Temperaturna odvisnost Manganina® (proizvajalec Isabellenhütte). Krivulje predstavljajo možne poteke upornosti. Proizvajalec zagotavlja poteke med krivuljo 1 in 5. Črtkani odvisnosti predstavljata temperaturni koeficient ± 10 ppm/°C



Slika D.3 – Temperaturna odvisnost upora z nazivno upornostjo 100 Ω @ 20°C iz Manganina® na širšem temperaturnem področju.



Slika D.4 – Temperaturna odvisnost kapacitivnosti in izgubnega faktorja kondenzatorjev za najpogosteje uporabljene vrste dielektrikov:
PET - poliester (polietilen tereftalat),
PPS – polifenilsulfon,
X7R – dielektrična keramika,
Ta-Elko – tantalov elektrolitski kondenzator Ta_2O_5

Tabela D.3 – Nazivne in efektivne debeline standardnih lakiranih bakrenih žic z enojno izolacijo

Žica **1L**					
d_{nz} [mm]	d_l [mm] min	max	d_{nz} [mm]	d_l [mm] min	max
0,020	0,024	0,025	0,950	0,991	1,017
0,025	0,030	0,031	1,000	1,042	1,068
0,032	0,038	0,040	1,060		1,113
0,040	0,048	0,050	1,120		1,192
0,050	0,058	0,062	1,180		1,254
0,063	0,072	0,078	1,250		1,325
0,071	0,081	0,088	1,320		1,397
0,080	0,090	0,098	1,400		1,479
0,090	0,101	0,110	1,500		1,581
0,100	0,111	0,121	1,600		1,683
0,112	0,124	0,134	1,700		1,785
0,125	0,138	0,149	1,800		1,888
0,140	0,154	0,157	1,900		1,990
0,160	0,175	0,187	2,000		2,092
0,180	0,196	0,209	2,120		2,214
0,200	0,217	0,230	2,240		2,336
0,224	0,243	0,256	2,360		2,459
0,250	0,270	0,284	2,500		2,601
0,280	0,302	0,315	2,650		2,754
0,315	0,339	0,352	2,800		2,907
0,355	0,381	0,395	3,000		3,110
0,400	0,427	0,442	3,150		3,263
0,450	0,479	0,495	3,350		3,466
0,500	0,531	0,548	3,550		3,670
0,560	0,593	0,611	3,750		3,873
0,630	0,665	0,684	4,000		4,127
0,710	0,747	0,767	4,250		4,380
0,750	0,788	0,809	4,500		4,634
0,800	0,838	0,861	4,750		4,889
0,850	0,889	0,913	5,000		5,142
0,900	0,940	0,965			

Tabela D.4 – Nazivne in efektivne debeline standardnih dvakrat lakiranih bakrenih žic (dvakratni nanos izolacijskega laka)

Žica 2**L**					
d_{nz} [mm]	d_l [mm] min	max	d_{nz} [mm]	d_l [mm] min	max
0,020	0,025	0,027	0,950	1,017	1,041
0,025	0,031	0,034	1,000	1,068	1,093
0,032	0,040	0,043	1,060		1,155
0,040	0,050	0,054	1,120		1,217
0,050	0,062	0,068	1,180		1,279
0,063	0,078	0,085	1,250		1,351
0,071	0,088	0,095	1,320		1,423
0,080	0,098	0,105	1,400		1,506
0,090	0,110	0,117	1,500		1,608
0,100	0,121	0,129	1,600		1,711
0,112	0,134	0,143	1,700		1,813
0,125	0,149	0,159	1,800		1,916
0,140	0,166	0,176	1,900		2,018
0,160	0,187	0,190	2,000		2,120
0,180	0,209	0,222	2,120		2,243
0,200	0,230	0,245	2,240		2,266
0,224	0,256	0,272	2,360		2,488
0,250	0,284	0,301	2,500		2,631
0,280	0,315	0,334	2,650		2,784
0,315	0,520	0,371	2,800		2,938
0,355	0,395	0,414	3,000		3,142
0,400	0,442	0,462	3,150		3,294
0,450	0,495	0,516	3,350		3,498
0,500	0,548	0,569	3,550		3,702
0,560	0,611	0,632	3,750		3,905
0,630	0,684	0,706	4,000		4,160
0,710	0,767	0,790	4,250		4,414
0,750	0,809	0,832	4,500		4,668
0,800	0,861	0,885	4,750		4,923
0,850	0,913	0,937	5,000		5,177
0,900	0,965	0,990			

LITERATURA

[1] S. Amon, Elektronske komponente, Založba FER, Ljubljana 1992

[2] F. Mlakar, I. Kloar, Mali transformatorji in dušilke, Elektrotehniški priročnik, Snopič 8, Ljubljana 1970

[3] A. R. Sinigoj, Osnove elektromagnetike, Založba FE in FRI, Ljubljana 2002

[4] Ferrites Soft-Magnetic Material-Data Book, Siemens AG, München 1990

[5] Katalog komponent, Iskra Feriti d.o.o., Ljubljana 1996

[6] http://www.wima.de/navig/tech.htm

[7] http://www.kekon.com/techchar.htm